

Σεισμική απόκριση γραμμικών συστημάτων

ΠΡΟΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ

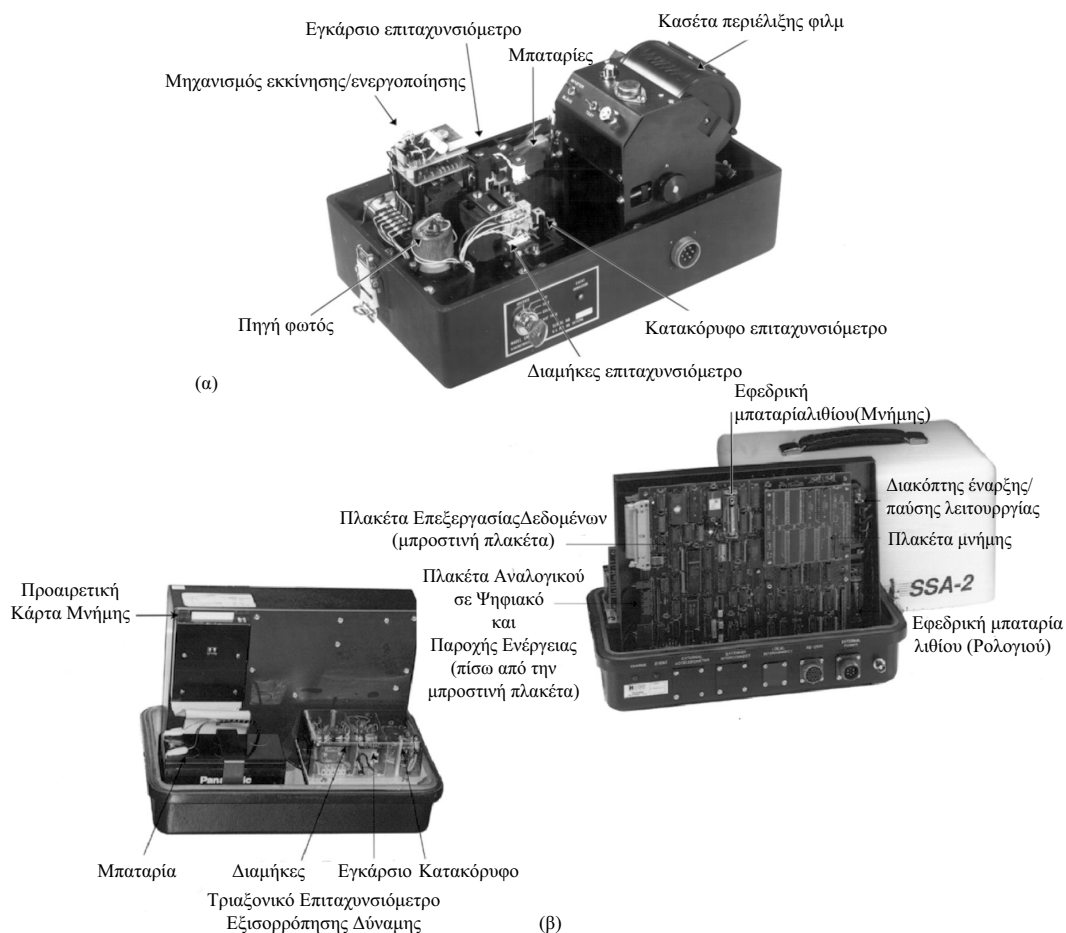
Μία από τις σημαντικότερες εφαρμογές της θεωρίας της δυναμικής των κατασκευών είναι η ανάλυση της απόκρισης των κατασκευών στην εδαφική δόνηση που προκαλείται από έναν σεισμό. Σ' αυτό το κεφάλαιο μελετάμε τη σεισμική απόκριση γραμμικών μονοβάθμιων συστημάτων σε σεισμικές κινήσεις. Εξ ορισμού, τα γραμμικά συστήματα είναι ελαστικά συστήματα, και θα αναφερόμαστε επίσης σε αυτά ως γραμμικώς ελαστικά συστήματα για να τονίσουμε και τις δύο ιδιότητες. Επειδή οι σεισμοί μπορούν να προκαλέσουν ζημιές σε πολλές κατασκευές, μας ενδιαφέρει επίσης και η απόκριση ανελαστικών συστημάτων ή συστημάτων που διαρρέουν, που αποτελεί το θέμα του Κεφαλαίου 7.

Το πρώτο μέρος αυτού του κεφαλαίου ασχολείται με τη σεισμική απόκριση – παραμορφώσεις, εσωτερικές δυνάμεις στοιχείων, τάσεις κ.λπ. – απλών κατασκευών συναρτήσει του χρόνου και με τον τρόπο εξάρτησης αυτής της απόκρισης απ' τις παραμέτρους του συστήματος. Στη συνέχεια εισάγουμε την έννοια του φάσματος απόκρισης, η οποία είναι κεντρική στη σεισμική μηχανική, παράλληλα με διαδικασίες για τον καθορισμό της μέγιστης απόκρισης συστημάτων απευθείας απ' το φάσμα απόκρισης. Ακολουθεί μία μελέτη των χαρακτηριστικών των φασμάτων σεισμικής απόκρισης, η οποία οδηγεί στο φάσμα σχεδιασμού για τον σχεδιασμό νέων κατασκευών και την αποτίμηση της ασφάλειας υφιστάμενων κατασκευών έναντι μελλοντικών σεισμών. Αναγνωρίζονται οι σημαντικές διαφορές μεταξύ φασμάτων σχεδιασμού και απόκρισης, και το κεφάλαιο κλείνει με μία συζήτηση για δύο τύπους φασμάτων απόκρισης που δεν χρησιμοποιούνται συχνά.

6.1 ΣΕΙΣΜΙΚΗ ΔΙΕΓΕΡΣΗ

Για τους σκοπούς της μηχανικής, η χρονική μεταβολή της εδαφικής επιτάχυνσης είναι ο πιο χρήσιμος τρόπος προσδιορισμού της δόνησης του εδάφους κατά τη διάρκεια ενός σεισμού. Η εδαφική επιτάχυνση $\ddot{u}_g(t)$ εμφανίζεται στο δεξιό μέλος της διαφορικής εξίσωσης (1.7.4) που διέπει την απόκριση των κατασκευών σε σεισμική διέγερση. Έτσι, για δεδομένη εδαφική επιτάχυνση, το προς επίλυση πρόβλημα είναι πλήρως ορισμένο για ένα μονοβάθμιο σύστημα με γνωστές ιδιότητες μάζας, δυσκαμψίας και απόσβεσης.

Το βασικό όργανο για την καταγραφή τριών συνιστωσών της εδαφικής δόνησης κατά τη διάρκεια σεισμών είναι ο επιταχυνσιογράφος ισχυρής κίνησης (Σχ. 6.1.1), ο οποίος δεν καταγράφει συνεχώς αλλά τίθεται σε λειτουργία από τα πρώτα κύματα του σεισμού που καταφθάνουν. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι ακόμη και σε σεισμογενείς περιοχές, όπως η Καλιφόρνια και η Ιαπωνία, μπορεί να μην υπάρξουν ισχυρές εδαφικές κινήσεις από σεισμούς προς καταγραφή επί μήνες ή ακόμη και χρόνια. Συνεπώς, συνεχείς καταγραφές από εκατοντάδες τέτοια όργανα θα αποτελούσαν μία περιττή άσκηση. Μετά την έναρξη της καταγραφής, αυτή συνεχίζεται για μερικά λεπτά ή έως ότου η εδαφική κίνηση μειωθεί και πάλι σε ανεπαίσθητα επίπεδα. Είναι προφανές ότι τα όργανα πρέπει να διατηρούνται και να συντηρούνται τακτικά, ώστε να παράγουν καταγραφή όταν λαμβάνει χώρα κάποια δόνηση.



Σχήμα 6.1.1 Επιταχυνσιογράφοι ισχυρής κίνησης: (α) SMA-1, ένα όργανο αναλογικής καταγραφής με ιδιοσυχνότητα χωρίς απόσβεση 25 Hz και απόσβεση 60% της κρίσιμης, (β) SSA-2, ένα όργανο ψηφιακής καταγραφής με ιδιοσυχνότητα χωρίς απόσβεση 50 Hz και απόσβεση 70% της κρίσιμης. (Με την άδεια της Kinemetrics, Inc.).

Το βασικό στοιχείο ενός επιταχυνσιογράφου είναι ένα στοιχείο μορφοτροπέα, το οποίο στην απλούστερη μορφή του είναι ένα μονοβάθμιο σύστημα μάζας-ελατηρίου-αποσβεστήρα (Ενότητα 3.7). Έτσι, το στοιχείο μορφοτροπέα χαρακτηρίζεται απ' την ιδιοσυχνότητά του f_n και τον λόγο εξώδους απόσβεσής του ζ . Συνήθως, $f_n = 25$ Hz και $\zeta = 60\%$ στους σύγχρονους αναλογικούς επιταχυνσιογράφους και $f_n = 50$ Hz και $\zeta = 70\%$ στους σύγχρονους ψηφιακούς επιταχυνσιογράφους. Αυτές οι παράμετροι μορφοτροπέα επιτρέπουν στα ψηφιακά όργανα να καταγράφει, χωρίς εκτεταμένη αλλοίωση, συναρτήσεις επιτάχυνσης-χρόνου που περιλαμβάνουν από πολύ χαμηλές συχνότητες έως π.χ. συχνότητες 30 Hz, ενώ τα αναλογικά όργανα είναι ακριβή για ένα μικρότερο εύρος συχνοτήτων, π.χ. έως τα 15 Hz.

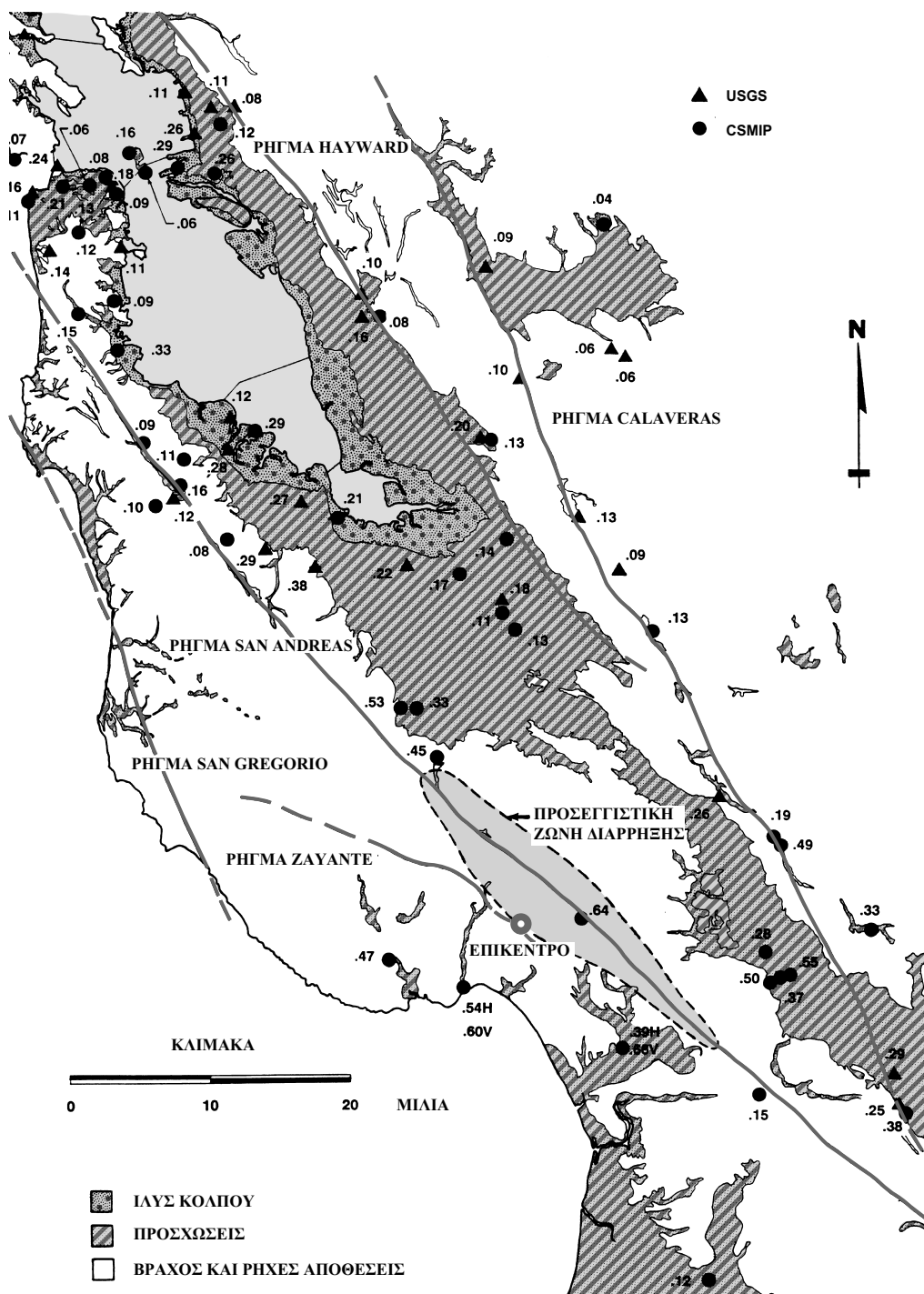
Ιδανικά θα ήταν, πριν από ένα σεισμό, να υπάρχουν πολλοί σταθμοί εφοδιασμένοι με όργανα προκειμένου να καταγράψουν τις εδαφικές κινήσεις. Ωστόσο, μη γνωρίζοντας πότε και πού ακριβώς θα συμβούν σεισμοί και διαθέτοντας περιορισμένα κονδύλια για την εγκατάσταση και τη συντήρηση οργάνων, δεν είναι πάντοτε δυνατό να αποκτήσουμε τέτοιες καταγραφές στην περιοχή της ισχυρότερης δόνησης. Για παράδειγμα, δεν προέκυψαν καταγραφές ισχυρής κίνησης από δύο σεισμούς, που προκάλεσαν μεγάλες καταστροφές: Killari, Maharashtra, στην Ινδία, στις 30 Σεπτεμβρίου 1993 και Guam, μία επικράτεια των Η.Π.Α., στις 8 Αυγούστου 1993. Επίσης, μία μόνο καταγραφή προέκυψε από τον καταστροφικό σεισμό στην Αϊτή, στις 12 Ιανουαρίου 2010. Αντιθέτως, ένας σεισμός στην Ιαπωνία ή την Καλιφόρνια, δύο περιοχές με καλή ενοργάνωση, είναι αναμενόμενο να δίνει μεγάλο αριθμό καταγραφών. Για παράδειγμα, ο μεγέθους 9,0 σεισμός του Tohoku στις 11 Μαρτίου 2011, κοντά στην ανατολική ακτή του Honshu της Ιαπωνίας, παρήγαγε αρκετές εκατοντάδες καταγραφές ισχυρής κίνησης.

Το πρώτο επιταχυνσιογράφημα ισχυρής κίνησης καταγράφηκε κατά τη διάρκεια του σεισμού στο Long Beach το 1933, και μέχρι τον Απρίλιο του 2011 είχαν αποκτηθεί περισσότερες από 3000 καταγραφές. Όπως θα αναμενόταν, οι περισσότερες απ' αυτές τις καταγραφές είναι μικρών κινήσεων και μόνο ένα μικρό ποσοστό απ' αυτές έχουν επιτάχυνση $20\% g$ ή παραπάνω. Η γεωγραφική κατανομή αυτών των καταγραφών εδαφικών κινήσεων είναι αρκετά ανομοιόμορφη. Η πλειονοτήτά τους είναι από την Καλιφόρνια, την Ιαπωνία και την Ταϊβάν. Οι περισσότερες καταγραφές ισχυρών κινήσεων προέρχονται από έξι σεισμούς: τον σεισμό του San Fernando στις 9 Φεβρουαρίου 1971, τον σεισμό της Loma Prieta στις 17 Οκτωβρίου 1989, τον σεισμό του Northridge στις 17 Ιανουαρίου 1994, τους σεισμούς του Kobe στις 16 Ιανουαρίου 1995 και του Tohoku στις 11 Μαρτίου 2011 στην Ιαπωνία και τον σεισμό του Chi Chi, στις 20 Σεπτεμβρίου 1999 στην Ταϊβάν. Οι μέγιστες τιμές των επιταχύνσεων που καταγράφηκαν σε πολλές διαφορετικές τοποθεσίες κατά τη διάρκεια του σεισμού της Loma Prieta φαίνονται στο Σχήμα 6.1.2. Αυτές οι τιμές επιτάχυνσης είναι μεγαλύτερες κοντά στο επίκεντρο του σεισμού και τείνουν να μειώνονται με την απόσταση απ' το ρήγμα που προκάλεσε τον σεισμό. Ωστόσο, οι επιταχύνσεις που καταγράφηκαν σε παρόμοιες αποστάσεις μπορεί να διαφέρουν σημαντικά εξαιτίας πολλών παραγόντων, κυρίων των τοπικών εδαφικών συνθηκών.

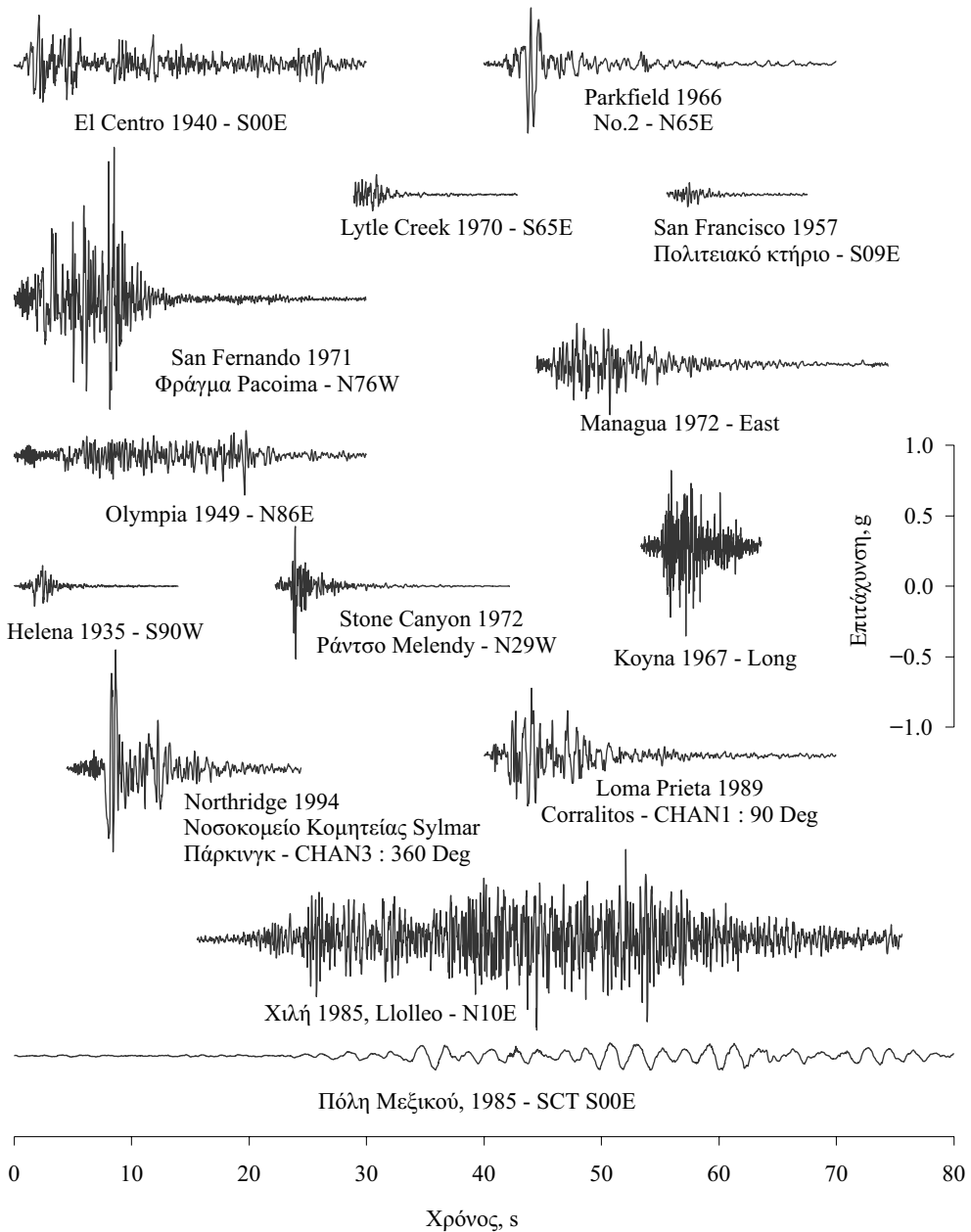
Στο Σχήμα 6.1.3 φαίνεται μία συλλογή αντιπροσωπευτικών καταγραφών επιτάχυνσης-χρόνου των σεισμικών εδαφικών κινήσεων στην περιοχή ισχυρής δόνησης. Δείχνεται μία οριζόντια συνιστώσα για κάθε τοποθεσία και σεισμό. Όλες οι καταγραφές έχουν απεικονισθεί γραφικά στην ίδια κλίμακα επιτάχυνσης και χρόνου. Η ευρεία και πολύ πραγματική διακύμανση στο εύρος, τη διάρκεια και τη γενική εμφάνιση των διαφόρων καταγραφών είναι εμφανής. Μία απ' αυτές τις καταγραφές μεγεθύνεται στο Σχήμα 6.1.4. Αυτή είναι η συνιστώσα Βορρά – Νότου της εδαφικής κίνησης που καταγράφηκε σε μία τοποθεσία στο El Centro, στην Καλιφόρνια, κατά τη διάρκεια του σεισμού του Imperial Valley στην Καλιφόρνια στις 18 Μαΐου 1940.** Στην κλίμακα αυτή γίνεται προφανές ότι η εδαφική επιτάχυνση μεταβάλλεται με τον χρόνο με εξαιρετικά ακανόνιστο τρόπο. Ανεξάρτητα με το πόσο ακανόνιστη είναι, η εδαφική κίνηση θεωρείται ότι

*Πρέπει να σημειωθεί ότι οι περισσότεροι, αν όχι όλοι, ψηφιακοί επιταχυνσιογράφοι χρησιμοποιούν έναν μορφοτροπέα τύπου εξισορρόπησης δύναμης, για τον οποίο δύο παράμετροι δεν καθορίζουν πλήρως την απόκριση του οργάνου, που είναι αυτή ενός συστήματος ανώτερης τάξης (από ενός συστήματος μάζας-ελατηρίου-αποσβεστήρα).

**Αυτή η εδαφική επιτάχυνση χρησιμοποιείται εκτενώς σ' αυτό το βιβλίο και, για συντομία, θα αποκαλείται *εδαφική κίνηση El Centro*, παρότι τρεις συνιστώσες κίνησης έχουν καταγραφεί στο ίδιο σημείο κατά τη διάρκεια πολλών σεισμών μετά το 1940.



Σχήμα 6.1.2 Μέγιστες οριζόντιες εδαφικές επιταχύνσεις, που καταγράφηκαν κατά τη διάρκεια του σεισμού της Loma Prieta στις 17 Οκτωβρίου 1989. (Με την άδεια του R. B. Seed).



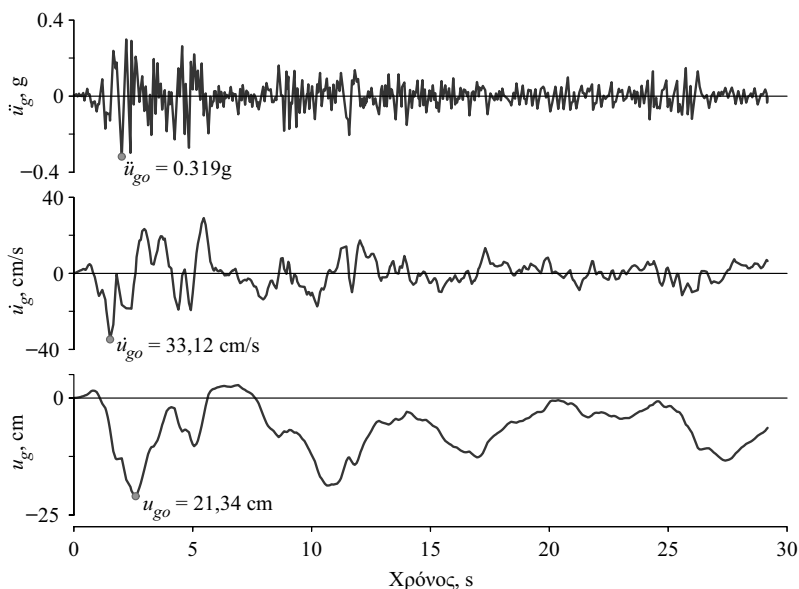
Σχήμα 6.1.3 Εδαφικές κινήσεις που καταγράφηκαν κατά τη διάρκεια διάφορων σεισμών. [Βασισμένες μερικώς στον Hudson (1979)].

είναι γνωστή και ανεξάρτητη της απόκρισης της κατασκευής. Αυτό είναι ισοδύναμο με το να πούμε ότι το έδαφος θεμελιώσης είναι άκαμπτο, κάτι που υποδηλώνει ότι δεν υπάρχει αλληλεπίδραση εδάφους-κατασκευής. Εάν η κατασκευή είναι θεμελιωμένη σε ένα πολύ εύκαμπτο η κίνηση της κατασκευής και οι προκύπτουσες δυνάμεις που επιβάλλονται στο υποκείμενο έδαφος μπορούν να τροποποιήσουν την κίνηση της βάσης.

Η εδαφική επιτάχυνση ορίζεται με αριθμητικές τιμές σε διακριτές χρονικές στιγμές. Αυτές οι χρονικές στιγμές θα πρέπει να απέχουν πολύ μικρά διαστήματα, ώστε να μπορεί να περιγραφεί με ακρίβεια η εξαιρετικά ακανόνιστη μεταβολή της επιτάχυνσης με τον χρόνο. Τυπικά, το χρονικό διάστημα επιλέγεται μεταξύ $\frac{1}{100}$ και $\frac{1}{50}$ του δευτερολέπτου, απαιτώντας 1500 - 3000 τεταγμένες για την περιγραφή της εδαφικής κίνησης του Σχήματος 6.1.4.

Η πρώτη καμπύλη του Σχήματος 6.1.4 δείχνει τη μεταβολή της εδαφικής επιτάχυνσης El Centro με τον χρόνο. Η μέγιστη εδαφική επιτάχυνση $\ddot{u}_{go}$ είναι 0,319g.* Η δεύτερη καμπύλη είναι η εδαφική ταχύτητα, η οποία προκύπτει από ολοκλήρωση της συνάρτησης επιτάχυνσης-χρόνου. Η μέγιστη εδαφική ταχύτητα $\dot{u}_{go}$ είναι 33,12 cm/s. Η ολοκλήρωση της εδαφικής ταχύτητας δίνει την εδαφική μετατόπιση, η οποία παρουσιάζεται στην τελευταία καμπύλη. Η μέγιστη εδαφική μετατόπιση u_{go} είναι 21,34 cm. Είναι δύσκολο να καθορισθούν με ακρίβεια η εδαφική ταχύτητα και η μετατόπιση επειδή οι αναλογικοί επιταχυνσιογράφοι δεν καταγράφουν το αρχικό μέρος – μέχρι την ενεργοποίηση του επιταχυνσιογράφου – της συνάρτησης επιτάχυνσης-χρόνου και επομένως η γραμμή βάσης (μηδενική επιτάχυνση) δεν είναι γνωστή. Οι ψηφιακοί επιταχυνσιογράφοι ξεπερνούν αυτό το πρόβλημα παρέχοντας μία μικρή μνήμη, ώστε να μετράται η έναρξη της εδαφικής κίνησης.

Υπάρχουν διάφορες εκδοχές της εδαφικής κίνησης El Centro. Οι διαφορές μεταξύ τους οφείλονται σε διαφορές (1) στον τρόπο με τον οποίο το αρχικό αναλογικό ίχνος της επιτάχυνσης συναρτήσει του χρόνου ψηφιοποιήθηκε σε αριθμητικά δεδομένα και (2) στη διαδικασία που επιλέχθηκε για την εισαγωγή της ελλείπουσας γραμμής βάσης στην καταγραφή. Η εκδοχή που παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.1.4 χρησιμοποιείται σε όλο το παρόν βιβλίο και παρατίθεται σε πίνακες στο Παράρτημα 6.



Σχήμα 6.1.4 Συνιστώσα Βορρά – Νότου της οριζόντιας εδαφικής επιτάχυνσης που καταγράφηκε στον υποσταθμό της Περιοχής Αρδευσής του Imperial Valley, στο El Centro, στην Καλιφόρνια, κατά τη διάρκεια του σεισμού στο Imperial Valley στις 18 Μαΐου 1940. Η εδαφική ταχύτητα και η εδαφική μετατόπιση υπολογίστηκαν με ολοκλήρωση της εδαφικής επιτάχυνσης.

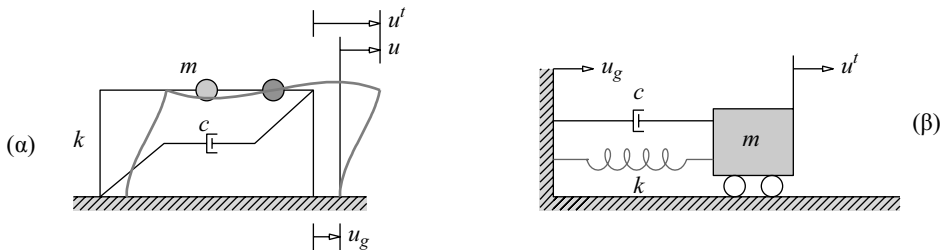
*Οι τελείες υπεράνω των συμβόλων για τις μέγιστες τιμές δεν υποδηλώνουν χρονικές παραγώγους.

6.2 ΕΞΙΣΩΣΗ ΚΙΝΗΣΗΣ

Η Εξίσωση (1.7.4) περιγράφει την κίνηση ενός γραμμικού μονοβάθμιου συστήματος (Σχ. 6.2.1) το οποίο υπόκειται σε εδαφική επιτάχυνση $\ddot{u}_g(t)$. Διαιρώντας αυτήν την εξίσωση με m προκύπτει:

$$\ddot{u} + 2\zeta\omega_n\dot{u} + \omega_n^2 u = -\ddot{u}_g(t) \quad (6.2.1)$$

Είναι προφανές ότι για δεδομένη $\ddot{u}_g(t)$, η απόκριση μετατόπισης $u(t)$ του συστήματος εξαρτάται μόνο απ' την ιδιοσυχνότητα ω_n ή την ιδιοπερίοδο T_n του συστήματος και απ' τον λόγο απόσβεσής του, ζ , ήτοι σε τυπική γραφή: $u \equiv u(t, T_n, \zeta)$. Επομένως, οποιαδήποτε δύο συστήματα έχουν τις ίδιες τιμές T_n και ζ θα έχουν και την ίδια απόκριση μετατόπισης $u(t)$, παρότι το ένα σύστημα μπορεί να έχει μεγαλύτερη μάζα απ' το άλλο ή το ένα να είναι πιο δύσκαμπτο απ' το άλλο.



Σχήμα 6.2.1 Μονοβάθμια συστήματα.

Η εδαφική επιτάχυνση κατά τη διάρκεια σεισμών μεταβάλλεται ακανόνιστα σε τέτοιο βαθμό (βλ. Σχ. 6.1.4), που μία αναλυτική λύση της εξίσωσης κίνησης πρέπει να αποκλειστεί. Ως εκ τούτου, απαιτούνται αριθμητικές μέθοδοι για τον καθορισμό της απόκρισης της κατασκευής και θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί οποιαδήποτε απ' τις μεθόδους που παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 5. Τα αποτελέσματα της απόκρισης που παρουσιάζονται σ' αυτό το κεφάλαιο προέκυψαν με την ακριβή επίλυση της εξίσωσης κίνησης για την εδαφική κίνηση που μεταβάλλεται γραμμικά σε κάθε χρονικό βήμα, $\Delta t = 0,02 \text{ sec}$ (Ενότητα 5.2).

6.3 ΜΕΓΕΘΗ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ

Το μεγαλύτερο ενδιαφέρον από στατική άποψη παρουσιάζει η παραμόρφωση του συστήματος ή η μετατόπιση $u(t)$ της μάζας σχετικά με το κινούμενο έδαφος, με την οποία συνδέονται γραμμικά οι εσωτερικές δυνάμεις. Αυτές είναι οι καμπτικές ροπές και οι τέμνουσες στις δοκούς και στα υποστυλώματα του μονώροφου πλαισίου του Σχ. 6.2.1α ή η δύναμη ελατηρίου στο σύστημα του Σχ. 6.2.1β. Θα ήταν χρήσιμο να γνωρίζουμε την ολική μετατόπιση $u'(t)$ της μάζας, ώστε να εξασφαλίζεται επαρκής απόσταση μεταξύ παρακείμενων κτηρίων για να εμποδισθεί η μεταξύ τους σύγκρουση κατά τη διάρκεια ενός σεισμού. Η σύγκρουση αποτελεί την αιτία βλαβών σε πολλά κτήρια κατά τη διάρκεια σχεδόν κάθε σεισμού (βλ. Σχ. 6.3.1). Παρομοίως, η ολική επιτάχυνση $\ddot{u}(t)$ της μάζας θα χρειασθεί, σε περίπτωση που η κατασκευή υποστηρίζει ευαίσθητο εξοπλισμό και πρέπει να προσδιορισθεί η κίνηση που μεταδίδεται σε αυτόν.

Η Εξ. (6.2.1) μπορεί να επιλυθεί αριθμητικά, ώστε να προκύψουν αποτελέσματα για τα σχετικά μεγέθη $u(t)$, $\dot{u}(t)$ και $\ddot{u}(t)$ καθώς και τα ολικά μεγέθη $u'(t)$, $\dot{u}'(t)$ και $\ddot{u}'(t)$.

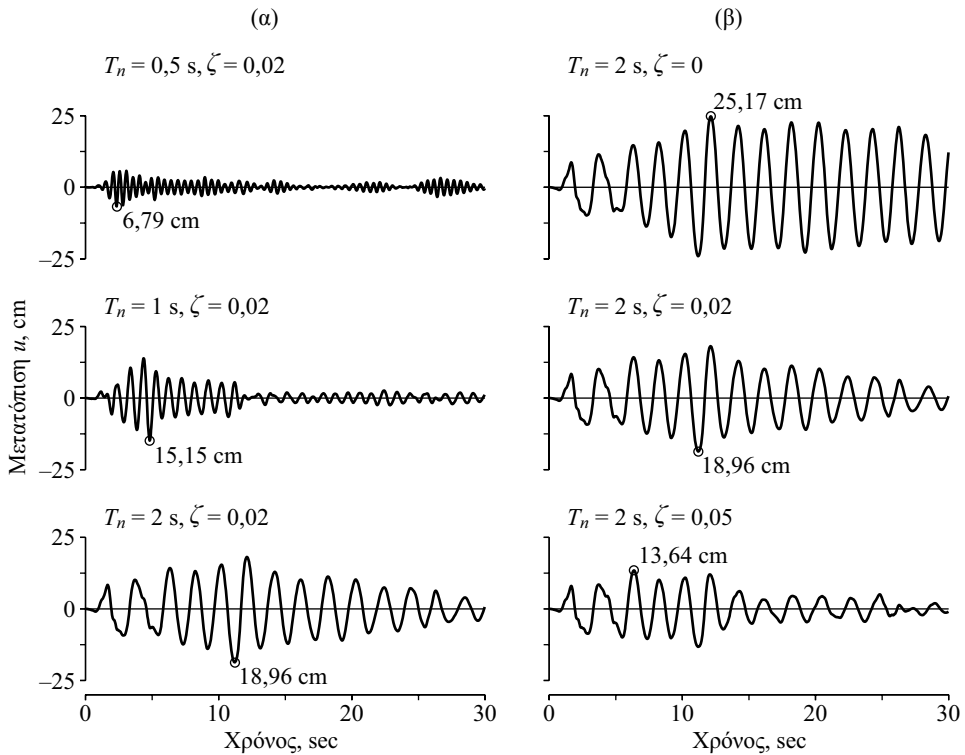


Σχήμα 6.3.1 Δύο εικόνες βλάβης λόγω σύγκρουσης του κτηρίου Sanborns (του χαμηλότερου) και του κτηρίου επί της Λεωφόρου Reforma 33 (του υψηλότερου), στην πόλη του Μεξικού, εξ αιτίας του σεισμού του Μεξικού, στις 28 Ιουλίου 1957. (Απ' τη συλλογή Steinbrugge, με την άδεια του PEER-Εθνικής Υπηρεσίας Πληροφοριών για Σεισμική Μηχανική, του Πανεπιστημίου της Καλιφόρνιας στο Berkeley).

6.4 ΧΡΟΝΟ-ΙΣΤΟΡΙΑ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ

Για μία δεδομένη εδαφική κίνηση $\ddot{u}_g(t)$, η απόκριση μετατόπισης $u(t)$ ενός μονοβάθμιου συστήματος εξαρτάται μόνο απ' την ιδιοπερίοδο ταλάντωσης του συστήματος και απ' τον λόγο απόσβεσής του. Το Σχήμα 6.4.1α παρουσιάζει την απόκριση μετατόπισης τριών διαφορετικών συστημάτων στην εδαφική επιτάχυνση El Centro. Ο λόγος απόσβεσης, $\zeta = 2\%$, είναι ο ίδιος για τα τρία συστήματα, οπότε μόνο οι διαφορές στις ιδιοπεριόδους τους είναι υπεύθυνες για τις μεγάλες διαφορές στις αποκρίσεις μετατόπισης. Φαίνεται ότι ο χρόνος που απαιτείται για ένα μονοβάθμιο σύστημα να ολοκληρώσει έναν κύκλο ταλάντωσης, όταν υπόκειται σε αυτήν τη σεισμική εδαφική κίνηση, είναι πολύ κοντά στην ιδιοπερίοδο του συστήματος. (Αυτό το ενδιαφέρον αποτέλεσμα, που ισχύει για τυπικές εδαφικές κινήσεις που περιέχουν ένα μεγάλο εύρος συχνοτήτων, μπορεί να αποδειχθεί χρησιμοποιώντας τη θεωρία των τυχαίων ταλαντώσεων, η οποία δεν περιέχεται σε αυτό το βιβλίο). Η μέγιστη μετατόπιση [Εξ. (1.11.1)] σημειώνεται επίσης σε κάθε περίπτωση. Παρατηρήστε ότι ανάμεσα σ' αυτά τα τρία συστήματα, όσο μεγαλύτερη είναι η περίοδος ταλάντωσης, τόσο μεγαλύτερη είναι η μέγιστη μετατόπιση. Όπως θα φανεί αργότερα, αυτή η τάση ούτε απόλυτη είναι, ούτε ισχύει για ολόκληρο το εύρος των περιόδων.

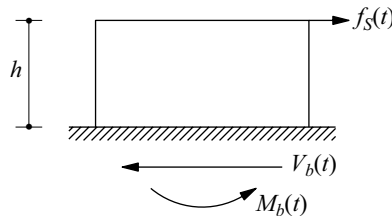
Στο Σχήμα 6.4.1β φαίνεται η απόκριση μετατόπισης τριών συστημάτων για την ίδια εδαφική κίνηση. Η περίοδος ταλάντωσης T_n είναι η ίδια για τα τρία συστήματα, οπότε οι διαφορές στις αποκρίσεις μετατόπισης σχετίζονται με την απόσβεση. Παρατηρούμε την αναμενόμενη τάση, συστήματα με μεγαλύτερη απόσβεση να παρουσιάζουν μικρότερη απόκριση σε σχέση με συστήματα με ελαφρά απόσβεση. Επειδή η ιδιοπερίοδος των τριών συστημάτων είναι η ίδια, οι αποκρίσεις τους παρουσιάζουν ομοιότητα στον χρόνο που απαιτείται για να ολοκληρωθεί ένας κύκλος ταλάντωσης και στις χρονικές στιγμές, που παρουσιάζονται τα μέγιστα και τα ελάχιστα.



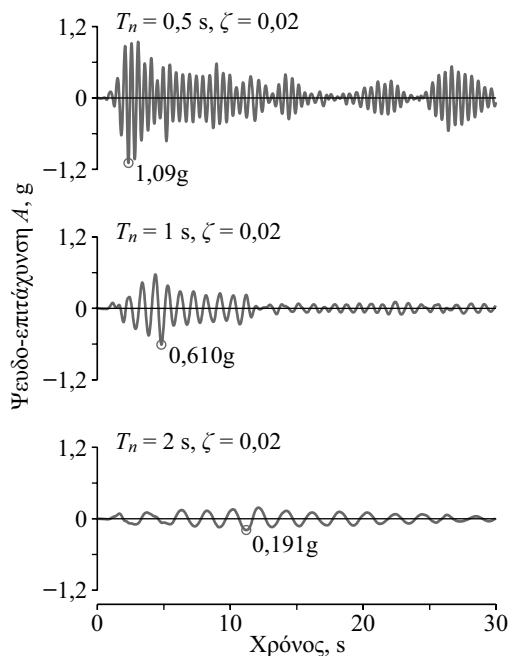
Σχήμα 6.4.1 Απόκριση μετατόπισης μονοβάθμιων συστημάτων στην εδαφική κίνηση El Centro.

Μόλις υπολογισθεί η χρονο-ιστορία της απόκρισης μετατόπισης $u(t)$ με δυναμική ανάλυση της κατασκευής, οι εσωτερικές δυνάμεις μπορούν να καθορισθούν με στατική ανάλυση της κατασκευής σε κάθε χρονική στιγμή. Δύο μέθοδοι για να πραγματοποιηθεί μία τέτοια ανάλυση αναφέρθηκαν στην Ενότητα 1.8. Μεταξύ των δύο, η προτιμώμενη προσέγγιση στη σεισμική μηχανική βασίζεται στη θεώρηση της *ισοδύναμης στατικής δύναμης* f_s (Σχ. 6.4.2), επειδή μπορεί να σχετισθεί με σεισμικές δυνάμεις που αναφέρονται σε αντισεισμικούς κανονισμούς. Η δύναμη f_s ορίστηκε στην Εξ. (1.8.1), η οποία επαναλαμβάνεται εδώ για ευκολία:

$$f_s(t) = ku(t) \quad (6.4.1)$$



Σχήμα 6.4.2 Ισοδύναμη στατική δύναμη.



Σχήμα 6.4.3 Απόκριση ψευδο-επιτάχυνσης μονοβάθμιων συστημάτων στην εδαφική κίνηση El Centro.

όπου: k είναι η πλευρική δυσκαμψία του πλαισίου (Σχ. 6.2.1α). Εκφράζοντας την k συναρτήσει της μάζας m έχουμε:

$$f_s(t) = m\omega^2 u(t) = mA(t) \quad (6.4.2)$$

όπου:

$$A(t) = \omega^2 u(t) \quad (6.4.3)$$

Παρατηρήστε ότι η ισοδύναμη στατική δύναμη είναι ίση με m φορές την $A(t)$, την ψευδο-επιτάχυνση και όχι m φορές την ολική επιτάχυνση $\ddot{u}(t)$. Αυτή η διάκριση συζητείται στην Ενότητα 6.6.3.

Η απόκριση ψευδο-επιτάχυνσης $A(t)$ του συστήματος μπορεί εύκολα να υπολογισθεί απ' την απόκριση μετατόπισης $u(t)$. Για τα τρία συστήματα με $T_n = 0.5, 1$ και 2 s, όλα με $\zeta = 0.02$, η μετατόπιση $u(t)$ φαίνεται στο Σχ. 6.4.1. Πολλαπλασιάζοντας κάθε $u(t)$ με το αντίστοιχο $\omega_n^2 = (2\pi/T_n)^2$ προκύπτουν οι αποκρίσεις ψευδο-επιτάχυνσης γι' αυτά τα συστήματα., οι οποίες παρουσιάζονται στο Σχήμα 6.4.3, όπου σημειώνεται και η μέγιστη τιμή για κάθε σύστημα.

Για το μονώροφο πλαίσιο οι εσωτερικές δυνάμεις (δηλ., οι τέμνουσες και ροπές στα υποστυλώματα και στο ζώγμα ή η τάση σε οποιαδήποτε θέση) μπορούν να προσδιορισθούν σε κάποια επιλεγμένη χρονική στιγμή με στατική ανάλυση της κατασκευής φορτιζόμενης με την ισοδύναμη στατική πλευρική δύναμη $f_s(t)$ την ίδια χρονική στιγμή (Σχ. 6.4.2). Κατά συνέπεια, απαιτείται στατική ανάλυση της κατασκευής σε κάθε χρονική στιγμή για την οποία ζητούνται οι αποκρίσεις. Ειδικότερα, η τέμνουσα βάσης $V_b(t)$ και η ροπή ανατροπής βάσης $M_b(t)$ είναι:

$$V_b(t) = f_s(t) \quad M_b(t) = hf_s(t) \quad (6.4.4a)$$

όπου: h είναι το ύψος της μάζας πάνω απ' τη βάση. Εισάγοντας την Εξ. (6.4.2) σ' αυτές τις εξισώσεις, παίρνουμε:

$$V_b(t) = mA(t) \quad M_b(t) = hV_b(t) \quad (6.4.4b)$$

Εάν δούμε το μονοβάθμιο σύστημα ως ένα σύστημα μάζας-ελατηρίου-αποσβεστήρα (Σχ. 6.2.1β), η έννοια της ισοδύναμης στατικής δύναμης δεν είναι αναγκαία. Εύκολα μπορεί κάποιος να συναγάγει ότι η δύναμη του ελατηρίου δίνεται από την Εξ. (6.4.1).

6.5 ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΦΑΣΜΑΤΟΣ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ

Ο G. W. Housner έπαιξε καθοριστικό ρόλο στην ευρεία αποδοχή της έννοιας του φάσματος σεισμικής απόκρισης —η οποία εισήχθη απ' τον M. A. Biot το 1932— ως ενός πρακτικού τρόπου χαρακτηρισμού των εδαφικών κινήσεων και της επίδρασής τους στις κατασκευές. Όντας πλέον μία κεντρική έννοια στη σεισμική μηχανική, το φάσμα απόκρισης συνιστά ένα κατάλληλο μέσο συνόψισης της μέγιστης απόκρισης όλων των πιθανών γραμμικών μονοβάθμιων συστημάτων σε μία συγκεκριμένη συνιστώσα της εδαφικής κίνησης. Παρέχει επίσης έναν πρακτικό τρόπο για την εφαρμογή της γνώσης της δυναμικής των κατασκευών στον σχεδιασμό των κατασκευών και στην ανάπτυξη των απαιτήσεων όσον αφορά στις σεισμικές πλευρικές δυνάμεις στους αντισεισμικούς κανονισμούς.

Μία γραφική απεικόνιση της μέγιστης τιμής ενός μεγέθους απόκρισης συναρτήσει της ιδιοπερίοδου ταλάντωσης T_n του συστήματος ή κάποιας σχετικής παραμέτρου, όπως η κυκλική συχνότητα ω_n ή η συχνότητα f_n , αποκαλείται *φάσμα απόκρισης* γι' αυτό το μέγεθος. Κάθε τέτοιο γράφημα αφορά σε μονοβάθμια συστήματα με σταθερό λόγο απόσβεσης ζ , και υπάρχουν πολλά τέτοια γραφήματα για διαφορετικές τιμές του ζ ώστε να καλυφθεί το εύρος των τιμών απόσβεσης που συναντώνται στις πραγματικές κατασκευές. Η επιλογή γραφικής παράστασης της μέγιστης απόκρισης συναρτήσει της f_n ή της T_n είναι θέμα προσωπικής προτίμησης. Έχουμε επιλέξει τη δεύτερη, επειδή οι μηχανικοί προτιμούν να δουλεύουν με την ιδιοπερίοδο παρά με την ιδιοσυχνότητα, καθώς η περίοδος της ταλάντωσης αποτελεί μία πιο οικεία έννοια και είναι διαισθητικά ελκυστική.

Μία ποικιλία φασμάτων απόκρισης μπορεί να καθορισθεί ανάλογα με το μέγεθος απόκρισης που παριστάνεται γραφικά. Ας θεωρήσουμε τις παρακάτω μέγιστες αποκρίσεις:

$$u_o(T_n, \zeta) \equiv \max_t |u(t, T_n, \zeta)|$$

$$\dot{u}_o(T_n, \zeta) \equiv \max_t |\dot{u}(t, T_n, \zeta)|$$

$$\ddot{u}'_o(T_n, \zeta) \equiv \max_t |\ddot{u}'(t, T_n, \zeta)|$$

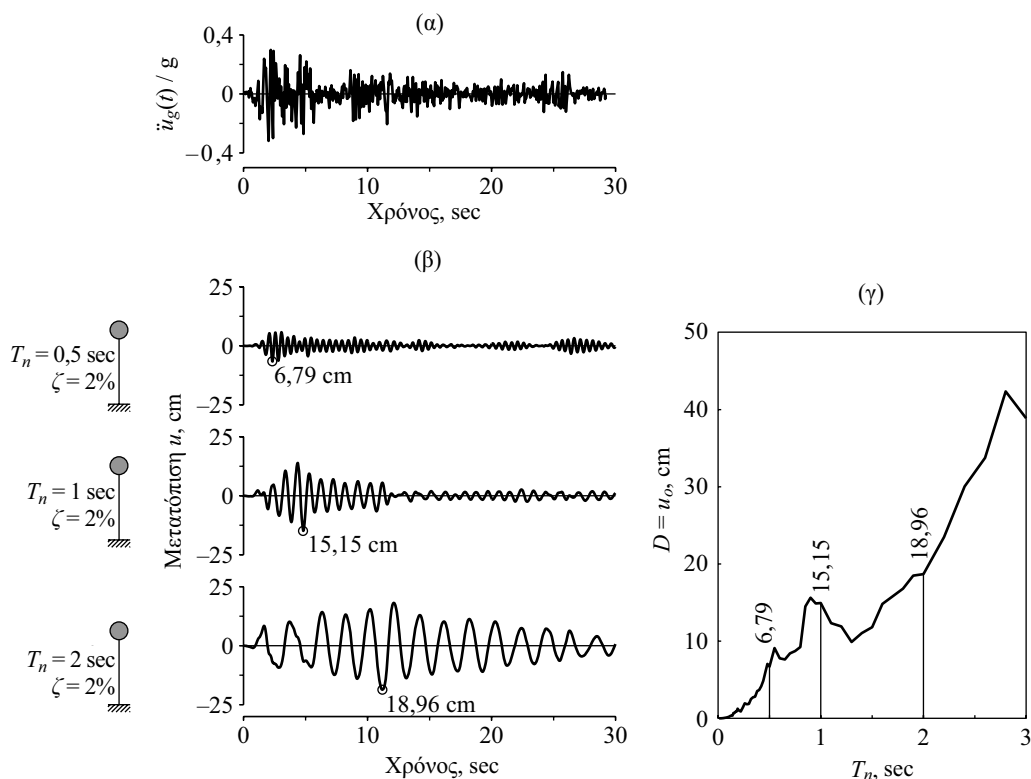
Το *φάσμα απόκρισης μετατόπισης* είναι ένα γράφημα της u_o συναρτήσει της T_n για σταθερό ζ . Ένα παρόμοιο γράφημα για τη $\dot{u}_o$ είναι το *φάσμα απόκρισης σχετικής ταχύτητας* και για την $\ddot{u}'$ το *φάσμα απόκρισης επιτάχυνσης*.

6.6 ΦΑΣΜΑΤΑ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ, ΨΕΥΔΟ-ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΨΕΥΔΟ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗΣ

Στην ενότητα αυτή συζητούνται το φάσμα απόκρισης μετατόπισης και δύο σχετικά φάσματα, τα φάσματα απόκρισης ψευδο-ταχύτητας και ψευδο-επιτάχυνσης. Όπως παρουσιάστηκε στην Ενότητα 6.4, μόνο η μετατόπιση $u(t)$ απαιτείται για τον υπολογισμό των εσωτερικών δυνάμεων. Είναι επομένως προφανές, ότι το φάσμα μετατόπισης παρέχει όλες τις απαραίτητες πληροφορίες για τον υπολογισμό των μέγιστων τιμών της μετατόπισης $D \equiv u_o$ και των εσωτερικών δυνάμεων. Τα φάσματα απόκρισης ψευδο-ταχύτητας και ψευδο-επιτάχυνσης, ωστόσο, περιλαμβάνονται επειδή είναι χρήσιμα για τη μελέτη των χαρακτηριστικών των φασμάτων απόκρισης, την κατασκευή των φασμάτων απόκρισης και τον συσχετισμό των αποτελεσμάτων της δυναμικής των κατασκευών με τους αντισεισμικούς κανονισμούς.

6.6.1 Φάσμα απόκρισης μετατόπισης

Στο Σχήμα 6.6.1 παρουσιάζεται η διαδικασία για τον προσδιορισμό του φάσματος απόκρισης μετατόπισης. Το φάσμα αναπτύχθηκε για την εδαφική κίνηση El Centro, η οποία φαίνεται στο μέρος (α) αυτού του σχήματος. Η χρονική μεταβολή της μετατόπισης που προκαλείται απ' αυτήν την εδαφική κίνηση σε τρία μονοβάθμια συστήματα παρουσιάζεται στο μέρος (β). Για κάθε σύστημα η μέγιστη τιμή της μετατόπισης $D \equiv u_o$ προσδιορίζεται από την χρονο-ιστορία της μετατόπισης. (Συνήθως, το μέγιστο παρουσιάζεται κατά τη διάρκεια της εδαφικής δόνησης. Ωστόσο, για συστήματα με μικρή απόσβεση και πολύ μεγάλη περίοδο, η μέγιστη απόκριση μπορεί να παρουσιασθεί κατά τη διάρκεια της φάσης ελεύθερης ταλάντωσης, αφού σταματήσει η εδαφική δόνηση). Οι μέγιστες μετατοπίσεις είναι $D = 6,79$ cm για ένα σύστημα με ιδιοπερίοδο $T_n = 0,5$ sec και λόγο απόσβεσης $\zeta = 2\%$, $D = 15,15$ cm για ένα σύστημα με $T_n = 1$ sec και $\zeta = 2\%$ και $D = 18,96$ cm για ένα σύστημα με $T_n = 2$ sec και $\zeta = 2\%$. Η προσδιοριζόμενη κατ' αυτόν τον τρόπο D για κάθε σύστημα παρέχει ένα σημείο του φάσματος απόκρισης μετατόπισης και οι τρεις αυτές τιμές D σημειώνονται στο Σχήμα 6.6.1γ. Επαναλαμβάνοντας αυτούς τους υπολογισμούς για ένα εύρος τιμών της T_n κρατώντας το ζ σταθερό στο 2%, προκύπτει το φάσμα απόκρισης μετατόπισης που φαίνεται στο Σχήμα 6.6.1γ. Όπως θα δείξουμε αργότερα, το πλήρες φάσμα απόκρισης περιλαμβάνει τέτοιες φασματικές καμπύλες για διάφορες τιμές της απόσβεσης.



Σχήμα 6.6.1 (α) Εδαφική επιτάχυνση, (β) απόκριση μετατόπισης τριών μονοβάθμιων συστημάτων με $\zeta = 2\%$ και $T_n = 0,5, 1$ και 2 s, (γ) φάσμα απόκρισης μετατόπισης για $\zeta = 2\%$.

6.6.2 Φάσμα απόκρισης ψευδο-ταχύτητας

Ας θεωρήσουμε μία ποσότητα V για ένα μονοβάθμιο σύστημα με ιδιοσυχνότητα ω_n που σχετίζεται με τη μέγιστη μετατόπισή του $D \equiv u_o$ λόγω σεισμικής εδαφικής κίνησης:

$$V = \omega_n D = \frac{2\pi}{T_n} D \quad (6.6.1)$$

Η ποσότητα V έχει μονάδες ταχύτητας. Συνδέεται με τη μέγιστη τιμή της ενέργειας παραμόρφωσης E_{so} που αποθηκεύεται στο σύστημα κατά τη διάρκεια του σεισμού μέσω της εξίσωσης:

$$E_{so} = \frac{mV^2}{2} \quad (6.6.2)$$

Αυτή η σχέση μπορεί να εξαχθεί απ' τον ορισμό της ενέργειας παραμόρφωσης και με χρήση της Εξ. (6.6.1) ως ακολούθως:

$$E_{so} = \frac{ku_o^2}{2} = \frac{kD^2}{2} = \frac{k(V/\omega_n)^2}{2} = \frac{mV^2}{2}$$

Το δεξιό μέλος της Εξ. (6.6.2) είναι η κινητική ενέργεια της μάζας της κατασκευής m με ταχύτητα V , η οποία αποκαλείται *μέγιστη ψευδο-ταχύτητα*. Το πρόθεμα *ψευδο* χρησιμοποιείται επειδή η V δεν είναι ίση με τη μέγιστη ταχύτητα $\dot{u}_o$, παρότι έχει τις σωστές μονάδες. Θα επιστρέψουμε σ' αυτό το ζήτημα στην Ενότητα 6.12.

Το *φάσμα απόκρισης ψευδο-ταχύτητας* είναι ένα γράφημα της V συναρτήσει της ιδιοπερίοδου ταλάντωσης T_n ή της ιδιοσυχνότητας f_n , του συστήματος. Για την εδαφική κίνηση του Σχ. 6.6.1α η μέγιστη ψευδο-ταχύτητα V για ένα σύστημα με ιδιοπερίοδο T_n μπορεί να προσδιορισθεί απ' την Εξ. (6.6.1) και τη μέγιστη μετατόπιση D του ίδιου συστήματος, η οποία είναι διαθέσιμη από το φάσμα απόκρισης του Σχ. 6.6.1γ που έχει αναπαραχθεί στο Σχ. 6.6.2α. Ως ένα παράδειγμα, για ένα σύστημα με $T = 0,5$ sec και $\zeta = 2\%$, $D = 6,79$ cm και από την Εξ. (6.6.1), $V = (2\pi/0,5)6,79 = 85,3$ cm/s. Παρομοίως, για ένα σύστημα με $T_n = 1$ sec και το ίδιο ζ , $V = (2\pi/1)15,15 = 95,2$ cm/s και για ένα σύστημα με $T_n = 2$ sec και το ίδιο ζ , $V = (2\pi/2)18,96 = 59,6$ cm/s. Αυτές οι τρεις τιμές της μέγιστης ψευδο-ταχύτητας V σημειώνονται στο Σχ. 6.6.2β. Επαναλαμβάνοντας αυτούς τους υπολογισμούς για ένα εύρος τιμών της T_n κρατώντας το ζ σταθερό στο 2%, προκύπτει το φάσμα απόκρισης ψευδο-ταχύτητας που φαίνεται στο Σχ. 6.6.2β.

6.6.3 Φάσμα απόκρισης ψευδο-επιτάχυνσης

Ας θεωρήσουμε μία ποσότητα A για ένα μονοβάθμιο σύστημα με ιδιοσυχνότητα ω_n που σχετίζεται με τη μέγιστη μετατόπισή του $D \equiv u_o$ εξαιτίας σεισμικής εδαφικής κίνησης:

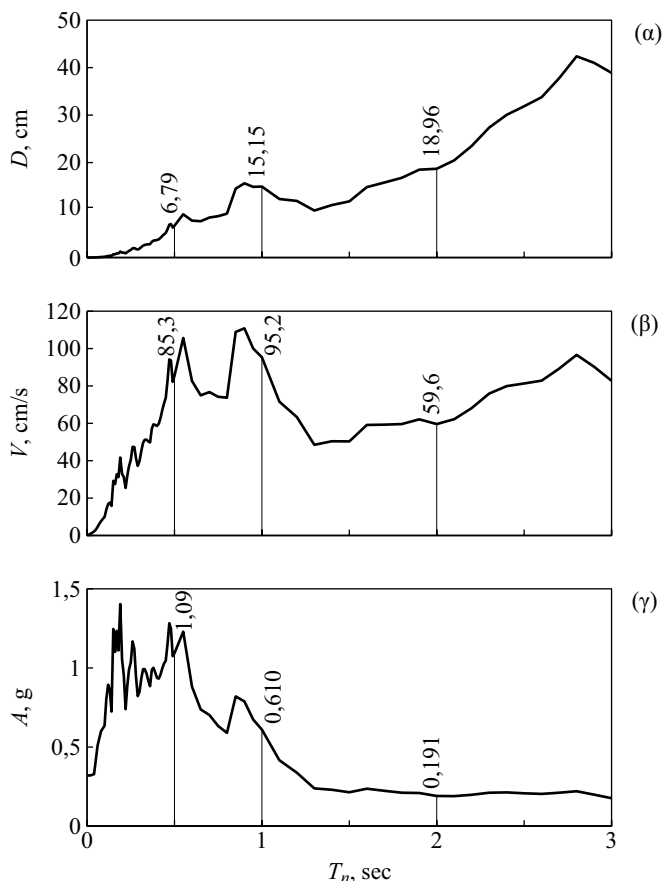
$$A = \omega_n^2 D = \left(\frac{2\pi}{T_n} \right)^2 D \quad (6.6.3)$$

Η ποσότητα A έχει μονάδες επιτάχυνσης και συνδέεται με την μέγιστη τιμή της τέμνουσας βάσης V_{bo} [ή τη μέγιστη τιμή της ισοδύναμης στατικής δύναμης f_{so} , Εξ. (6.4.4a)]:

$$V_{bo} = f_{so} = mA \quad (6.6.4)$$

Αυτή η σχέση είναι απλώς η Εξ. (6.4.4β) για τη χρονική στιγμή της μέγιστης απόκρισης, με τη μέγιστη τιμή της $A(t)$ να συμβολίζεται με A . Η μέγιστη τέμνουσα βάσης μπορεί να γραφεί στη μορφή:

$$V_{bo} = \frac{A}{g} w$$



Σχήμα 6.6.2 Φάσματα απόκρισης ($\zeta = 0,02$) για την εδαφική κίνηση El Centro: (α) φάσμα απόκρισης μετατόπισης, (β) φάσμα απόκρισης ψευδο-ταχύτητας, (γ) φάσμα απόκρισης ψευδο-επιτάχυνσης.

όπου: w είναι το βάρος της κατασκευής και g η επιτάχυνση της βαρύτητας. Όταν η σχέση είναι γραμμένη σε αυτήν τη μορφή, το A/g μπορεί να ερμηνευθεί ως ο *συντελεστής τέμνουσας βάσης* ή *συντελεστής πλευρικής δύναμης*. Χρησιμοποιείται σε αντισεισμικούς κανονισμούς για να αντιπροσωπεύσει τον συντελεστή, με τον οποίο πρέπει να πολλαπλασιασθεί το βάρος της κατασκευής ώστε να προκύψει η τέμνουσα βάσης.

Παρατηρήστε ότι η τέμνουσα βάσης είναι ίση με την αδρανειακή δύναμη που σχετίζεται με τη μάζα m υποκείμενη σε επιτάχυνση A . Η ποσότητα αυτή που καθορίζεται από την Εξ. (6.6.3) είναι γενικά διαφορετική από τη μέγιστη επιτάχυνση $\ddot{u}_o'$ του συστήματος. Αυτός είναι ο λόγος για τον οποίο ονομάζουμε την A μέγιστη ψευδο-επιτάχυνση. Το πρόθεμα ψευδο χρησιμοποιείται για να αποφευχθεί πιθανή σύγχυση με την αληθινή μέγιστη επιτάχυνση $\ddot{u}_o'$. Θα επιστρέψουμε σε αυτό το ζήτημα στην Ενότητα 6.12.

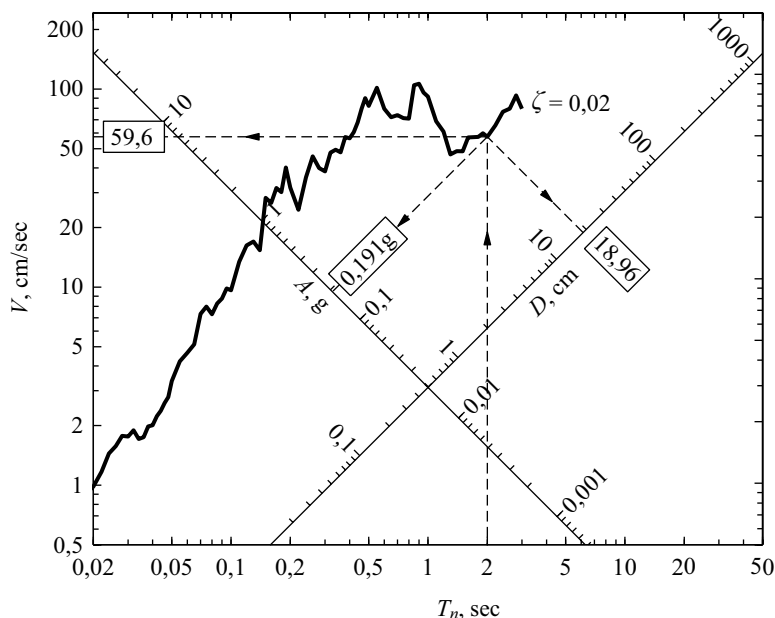
Το *φάσμα απόκρισης ψευδο-επιτάχυνσης* είναι ένα γράφημα της A συναρτήσει της ιδιοπεριόδου ταλάντωσης T_n ή της ιδιοσυχνότητας f_n του συστήματος. Για την εδαφική κίνηση του Σχ. 6.6.1α η μέγιστη ψευδο-επιτάχυνση A για ένα σύστημα με ιδιοπερίοδο T_n και λόγο απόσβεσης ζ μπορεί να προσδιορισθεί απ' την Εξ. (6.6.3) και τη μέγιστη μετατόπιση D του συστήματος από το φάσμα από-

κρισης του Σχ. 6.6.2α. Ως ένα παράδειγμα, για ένα σύστημα με $T_n = 0,5$ sec και $\zeta = 2\%$, $D = 6,79$ cm και απ' την Εξ. (6.6.3), $A = (2\pi/0,5)^2 6,79 = 1,09g$, όπου: $g = 9,81$ m/s². Παρομοίως, για ένα σύστημα με $T_n = 1$ sec και το ίδιο ζ , $A = (2\pi/1)^2 5,97 = 0,610g$ και για ένα σύστημα με $T_n = 2$ sec και το ίδιο ζ , $A = (2\pi/2)^2 7,47 = 0,191g$. Παρατηρήστε ότι οι ίδιες τιμές για την A είναι επίσης διαθέσιμες ως μέγιστες τιμές της $A(t)$ στο Σχ. 6.4.3. Αυτές οι τρεις τιμές της μέγιστης ψευδο-επιτάχυνσης επισημαίνονται στο Σχ. 6.6.2γ. Επαναλαμβάνοντας τέτοιους υπολογισμούς για ένα εύρος τιμών της T_n , κρατώντας το ζ σταθερό στο 2%, προκύπτει το φάσμα απόκρισης ψευδο-επιτάχυνσης που φαίνεται στο Σχήμα 6.6.2γ.

6.6.4 Συνδυασμένο φάσμα D-V-A

Καθένα από τα φάσματα απόκρισης μετατόπισης, ψευδο-ταχύτητας και ψευδο-επιτάχυνσης για μία δεδομένη εδαφική κίνηση περιέχει τις ίδιες πληροφορίες, τίποτα περισσότερο και τίποτα λιγότερο. Τα τρία φάσματα είναι απλώς διαφορετικοί τρόποι παρουσίασης των ίδιων πληροφοριών για την απόκριση της κατασκευής. Γνωρίζοντας ένα απ' τα φάσματα, τα άλλα δύο μπορούν να προκύψουν με αλγεβρικές πράξεις, χρησιμοποιώντας τις Εξ. (6.6.1) και (6.6.3).

Γιατί λοιπόν χρειαζόμαστε τρία φάσματα όταν τα καθένα απ' αυτά περιέχει τις ίδιες πληροφορίες; Ένας απ' τους λόγους είναι ότι κάθε φάσμα παρέχει απευθείας μία ποσότητα με φυσικό νόημα. Το φάσμα μετατόπισης παρέχει τη μέγιστη μετατόπιση ενός συστήματος. Το φάσμα ψευδο-ταχύτητας σχετίζεται άμεσα με τη μέγιστη ενέργεια παραμόρφωσης που αποθηκεύεται στο σύστημα κατά τη διάρκεια του σεισμού, βλ. Εξ. (6.6.2). Το φάσμα ψευδο-επιτάχυνσης σχετίζεται άμεσα με τη μέγιστη τιμή της ισοδύναμης στατικής δύναμης και της τέμνουσας βάσης, βλ. Εξ. (6.6.4). Ο δεύτερος λόγος έγκειται στο γεγονός ότι το σχήμα του φάσματος μπορεί να προσεγγισθεί πιο εύκολα για λόγους σχεδιασμού με τη βοήθεια και των τριών φασματικών μεγεθών παρά με ένα από αυτά μόνο (βλ. Ενότητες 6.8 και 6.9). Ως εκ τούτου, ένα συνδυασμένο γράφημα που δείχνει και τα τρία φασματικά μεγέθη είναι ιδιαίτερα χρήσιμο. Αυτός ο τύπος γραφήματος αναπτύχθηκε για φάσματα σεισμικής απόκρισης, προφανώς για πρώτη φορά, από τους Α. Σ. Βελέτσο και Ν. Μ. Newmark το 1960.



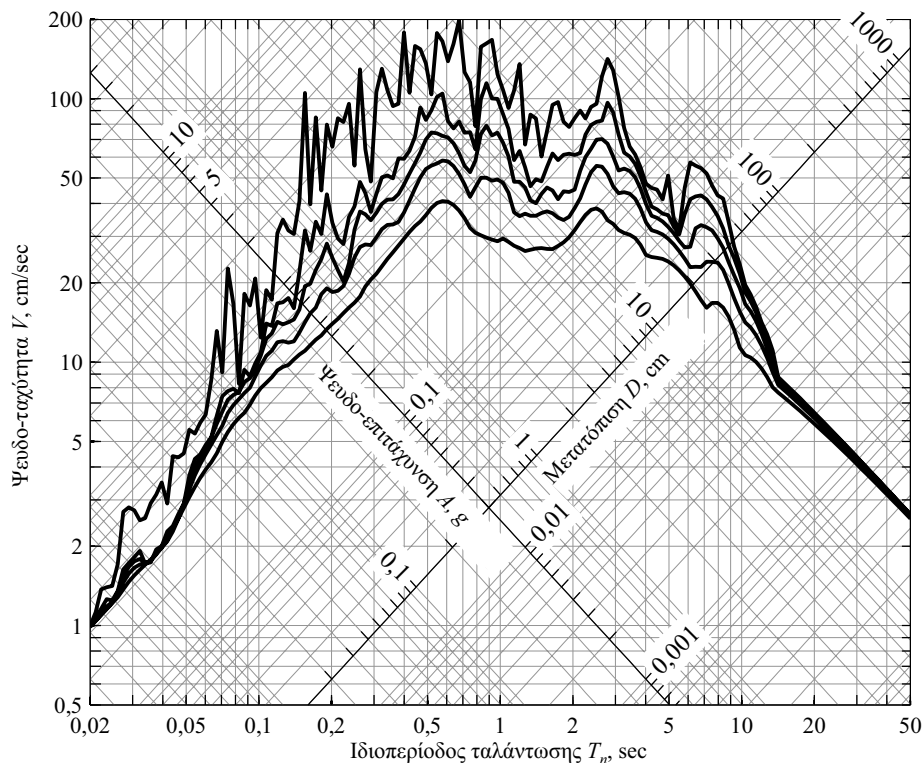
Σχήμα 6.6.3 Συνδυασμένο φάσμα απόκρισης D-V-A για την εδαφική κίνηση El Centro, $\zeta = 2\%$.

Αυτή η συνδυασμένη παρουσίαση είναι δυνατή επειδή οι τρεις φασματικές ποσότητες αλληλοσχετίζονται μέσω των Εξ. (6.6.1) και (6.6.3), ξαναγραμμένων ως:

$$\frac{A}{\omega_n} = V = \omega_n D \quad \text{ή} \quad \frac{T_n}{2\pi} A = V = \frac{2\pi}{T_n} D \quad (6.6.6)$$

Παρατηρήστε την ομοιότητα μεταξύ αυτών των εξισώσεων που συσχετίζουν τις D , V , και A και της Εξ. (3.2.21) για τους παράγοντες δυναμικής απόκρισης R_d , R_v και R_a για ένα μονοβάθμιο σύστημα που υπόκειται σε αρμονική διέγερση. Η Εξίσωση (3.2.21) επέτρεψε την παρουσίαση όλων μαζί των R_d , R_v και R_a σε τετραλογαριθμικό χαρτί (Σχ. 3.2.8), το οποίο κατασκευάστηκε σύμφωνα με τη διαδικασία που περιγράφηκε στο Παράρτημα 3 (Κεφάλαιο 3). Παρομοίως, το χαρτί γραφικής απεικόνισης, που φαίνεται στο Σχ. Α6.1 (Παράρτημα 6) με τετραλογαριθμική κλίμακα, μπορεί να κατασκευασθεί για να απεικονίσει μαζί τις D , V και A . Οι κατακόρυφες και οριζόντιες κλίμακες για τις V και T_n είναι συνήθεις λογαριθμικές κλίμακες. Οι δύο κλίμακες για τις D και A με κλίση $+45^\circ$ και -45° , αντιστοίχως, ως προς τον άξονα της T_n είναι επίσης λογαριθμικές κλίμακες αλλά όχι ίδιες με την κατακόρυφη κλίμακα, βλ. Παράρτημα 3.

Απαξ και κατασκευασθεί αυτό το χαρτί γραφικής απεικόνισης, τα τρία φάσματα αποκρίσεων –μετατόπισης, ψευδο-ταχύτητας, και ψευδο-επιτάχυνσης– του Σχ. 6.6.2 μπορούν εύκολα να συνδυασθούν σε ένα γράφημα. Τα ζεύγη αριθμητικών δεδομένων για τις V και T_n που σχεδιάστηκαν στο Σχ. 6.6.2β σε γραμμικές κλίμακες, ξανασχεδιάζονται στο Σχ. 6.6.3 σε λογαριθμικές κλίμακες. Για μία δεδομένη ιδιοπερίοδο T_n , οι τιμές των D και A μπορούν να διαβασθούν απ' τις διαγώνιες κλίμακες.

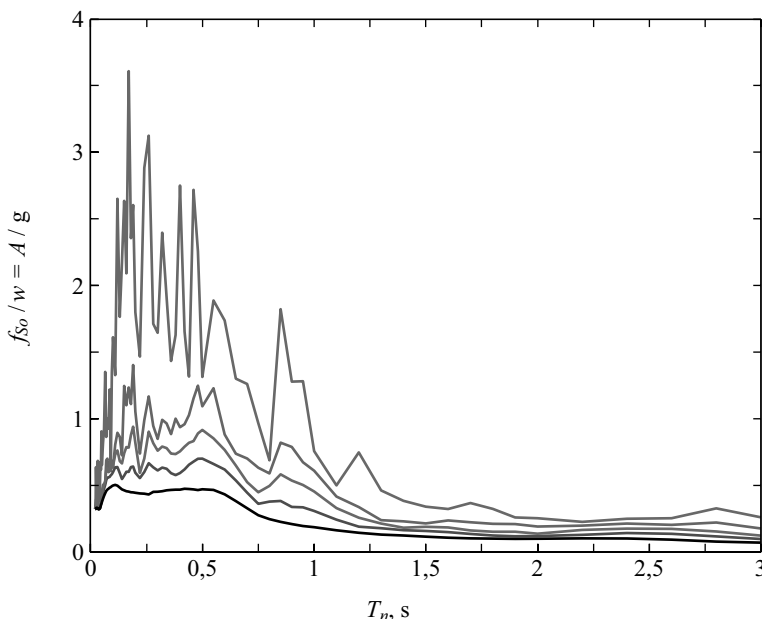


Σχήμα 6.6.4 Συνδυασμένο φάσμα απόκρισης D-V-A για την εδαφική κίνηση El Centro, $\zeta = 0, 2, 5, 10$ και 20% .

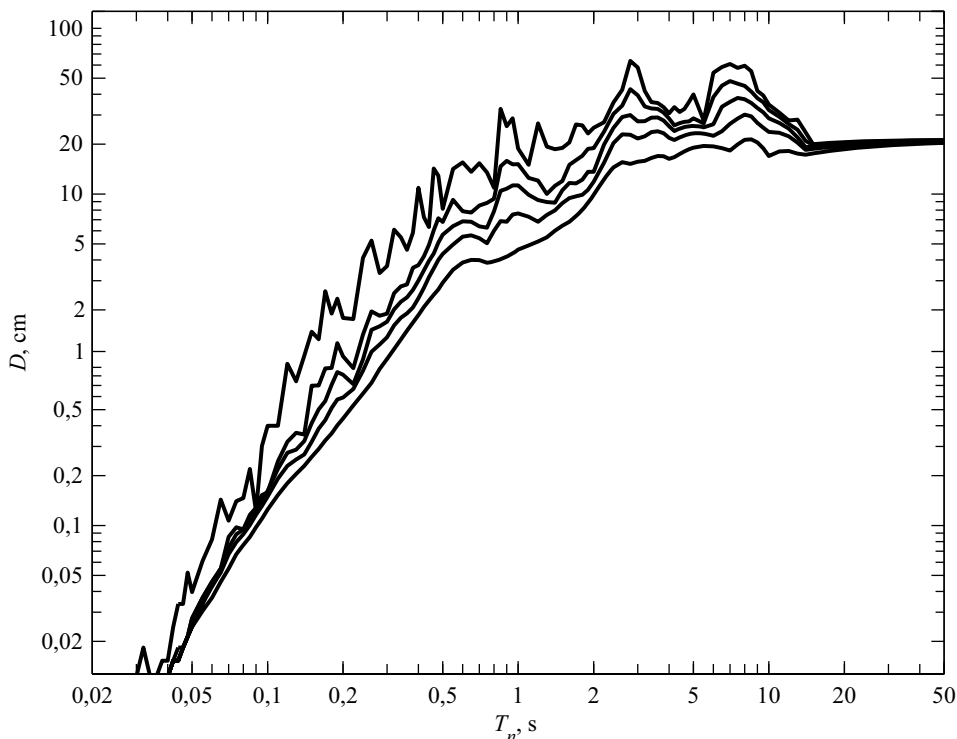
Ως ένα παράδειγμα, για $T_n = 2$ s, το Σχ. 6.6.3 δίνει $D=18,96$ cm και $A = 0,191$ g. (Στην πραγματικότητα, αυτοί οι αριθμοί δεν μπορούν να διαβασθούν με τέτοια ακρίβεια από το γράφημα, αλλά σε αυτήν την περίπτωση ήταν διαθέσιμοι απ' το Σχ. 6.6.2). Το τετραπλό γράφημα αποτελεί μία συμπτυγμένη παρουσίαση του τριπλού –μετατόπισης, ψευδο-ταχύτητας, και ψευδο-επιτάχυνσης– φάσματος απόκρισης, αφού ένα μόνο γράφημα αυτής της μορφής αντικαθιστά τα τρία γραφήματα του Σχ. 6.6.2.

Ένα φάσμα απόκρισης πρέπει να καλύπτει ένα μεγάλο εύρος ιδιοπεριόδων και πολλές τιμές απόσβεσης, ώστε να παρέχει τη μέγιστη απόκριση όλων των πιθανών κατασκευών. Το εύρος των περιόδων στο Σχ. 6.6.3 πρέπει να επεκταθεί, καθώς ψηλά κτήρια και γέφυρες μεγάλων ανοιγμάτων, όπως και άλλες κατασκευές, μπορεί να έχουν μεγαλύτερες περιόδους ταλάντωσης (Σχ. 2.1.2), ενώ πρέπει να συμπεριληφθούν πολλές τιμές απόσβεσης, ώστε να καλυφθεί το πρακτικό εύρος $\zeta = 0$ έως 20%. Στο Σχ. 6.6.4 φαίνονται φασματικές καμπύλες για $\zeta = 0, 2, 5, 10$, και 20% για το εύρος περιόδων 0,02 έως 50 sec. Αυτό, λοιπόν, είναι το φάσμα απόκρισης για τη συνιστώσα Βορρά - Νότου της εδαφικής κίνησης, που καταγράφηκε σε μία τοποθεσία κατά τη διάρκεια του σεισμού του Imperial Valley στις 18 Μαΐου 1940. Επειδή η πλευρική δύναμη ή η τέμνουσα βάσης για ένα μονοβάθμιο σύστημα σχετίζεται μέσω της Εξ. (6.6.5) με το A/g , σχεδιάσαμε επίσης αυτό το φάσμα κανονικοποιημένης ψευδο-επιτάχυνσης στο Σχ. 6.6.5. Παρομοίως, επειδή η μέγιστη μετατόπιση δίνεται απ' τη D , σχεδιάσαμε και το φάσμα απόκρισης μετατόπισης στο Σχ. 6.6.6.

Το φάσμα απόκρισης έχει αποδειχθεί τόσο χρήσιμο στη σεισμική μηχανική, ώστε φάσματα για σχεδόν όλες τις εδαφικές κινήσεις, που είναι αρκετά δυνατές προκειμένου να ενδιαφέρουν τους μηχανικούς, υπολογίζονται πλέον και δημοσιεύονται σύντομα μετά την καταγραφή τους. Αρκετά από αυτά έχουν παραχθεί για να μας δώσουν μία εύλογη ιδέα για το είδος της κίνησης που πιθανόν να συμβεί σε μελλοντικούς σεισμούς και για τον τρόπο, με τον οποίον τα φάσματα απόκρισης επηρεάζονται απ' την απόσταση από το ρήγμα που προκάλεσε τον σεισμό, απ' τις τοπικές εδαφικές συνθήκες και απ' τη γεωλογία της περιοχής.



Σχήμα 6.6.5 Φάσμα απόκρισης κανονικοποιημένης ψευδο-επιτάχυνσης, ή συντελεστή τέμνουσας βάσης, για την εδαφική κίνηση El Centro, $\zeta = 0, 2, 5, 10$ και 20%.



Σχήμα 6.6.6 Φάσμα απόκρισης μετατόπισης για την εδαφική κίνηση El Centro: $\zeta = 0, 2, 5, 10$ και 20% .

6.6.5 Κατασκευή του φάσματος απόκρισης

Το φάσμα απόκρισης για μία δεδομένη συνιστώσα απόκρισης $\ddot{u}_g(t)$ μπορεί να παραχθεί με την εκτέλεση των παρακάτω βημάτων:

1. Αριθμητικός καθορισμός της εδαφικής επιτάχυνσης $\ddot{u}_g(t)$. Τυπικά, οι τεταγμένες της εδαφικής κίνησης καθορίζονται ανά $0,02$ s.
2. Επιλογή της ιδιοπεριόδου ταλάντωσης T_n και του λόγου απόσβεσης ζ ενός μονοβάθμιου συστήματος.
3. Υπολογισμός της απόκρισης μετατόπισης $u(t)$ αυτού του μονοβάθμιου συστήματος λόγω της εδαφικής κίνησης $\ddot{u}_g(t)$ με οποιαδήποτε απ' τις αριθμητικές μεθόδους, που περιγράφηκαν στο Κεφάλαιο 5. [Για να προκύψουν οι αποκρίσεις που φαίνονται στο Σχ. 6.6.1, χρησιμοποιήθηκε η ακριβής λύση της Εξ. (6.2.1) για εδαφική κίνηση θεωρούμενη τμηματικά γραμμική κάθε $\Delta t = 0,02$ sec, βλ. Ενότητα 5.2].
4. Προσδιορισμός της u_o , της μέγιστης τιμής της $u(t)$.
5. Οι φασματικές τεταγμένες είναι $D = u_o$, $V = (2\pi/T_n)D$ και $A = (2\pi/T_n)^2 D$.
6. Επανάληψη των βημάτων 2 έως 5 για ένα εύρος τιμών T_n και ζ που καλύπτουν όλα τα πιθανά συστήματα ενδιαφέροντος από άποψη μηχανικής.
7. Γραφική παράσταση των αποτελεσμάτων των βημάτων 2 έως 6 για την παραγωγή τριών ξεχωριστών φασμάτων όπως αυτών στο Σχ. 6.6.2 ή ενός συνδυασμένου φάσματος όπως αυτό στο Σχ. 6.6.4.

Για την παραγωγή ενός φάσματος σεισμικής απόκρισης απαιτείται αξιόλογη υπολογιστική προσπάθεια. Μία πλήρης δυναμική ανάλυση για τον καθορισμό της χρονικής μεταβολής (ή χρονο-ιστορίας) της μετατόπισης ενός μονοβάθμιου συστήματος παρέχει τις πληροφορίες για ένα σημείο του φάσματος που αντιστοιχεί στα T_n και ζ του συστήματος. Κάθε καμπύλη στο φάσμα απόκρισης του Σχ. 6.6.4 παράχθηκε από τέτοιες πληροφορίες για 112 τιμές της T_n ανομοιόμορφα κατανομημένες στο εύρος $T_n = 0,02$ έως 50 sec.

Παράδειγμα 6.1

Εξάγετε τις εξισώσεις και απεικονίστε γραφικά τα φάσματα απόκρισης μετατόπισης, ψευδο-ταχύτητας, και ψευδο-επιτάχυνσης για εδαφική επιτάχυνση $\ddot{u}_g(t) = \dot{u}_{go} \delta(t)$, όπου $\delta(t)$ είναι η συνάρτηση δέλτα του Dirac και $\dot{u}_{go}$ είναι η επαύξηση της ταχύτητας ή το μέγεθος της ώθησης της επιτάχυνσης. Θεωρήστε μόνο συστήματα χωρίς απόσβεση.

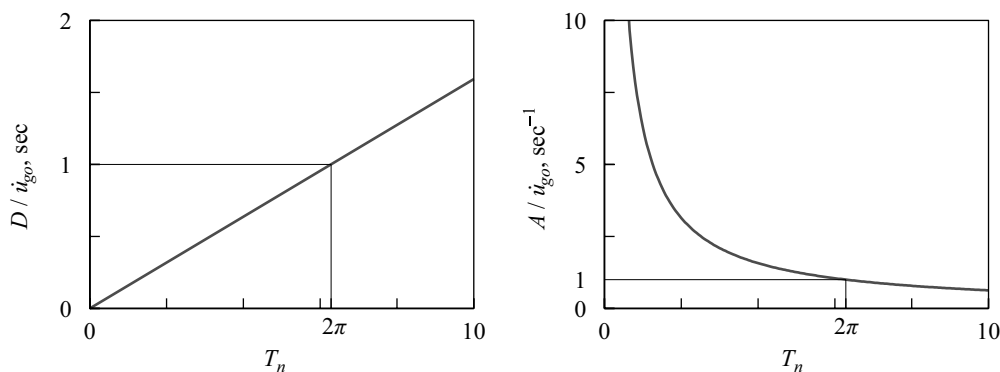
Επίλυση

1. *Υπολογισμός της χρονο-ιστορίας απόκρισης.* Η απόκριση ενός μονοβάθμιου συστήματος σε $p(t) = \delta(t - \tau)$ είναι διαθέσιμη από την Εξ. (4.1.6). Προσαρμόζοντας αυτήν τη λύση στην $p_{\text{eff}}(t) = -m\ddot{u}_g(t) = -m\dot{u}_{go} \delta(t)$ προκύπτει:

$$u(t) = -\frac{\dot{u}_{go}}{\omega_n} \sin \omega_n t \quad (\alpha)$$

Η μέγιστη τιμή της $u(t)$ είναι:

$$u_o = \frac{\dot{u}_{go}}{\omega_n} \quad (\beta)$$



Σχήμα Ε6.1

2. *Προσδιορισμός των φασματικών τιμών.*

$$D \equiv u_o = \frac{\dot{u}_{go}}{\omega_n} = \frac{\dot{u}_{go}}{2\pi} T_n \quad (\gamma)$$

$$V = \omega_n D = \dot{u}_{go} \quad A = \omega_n^2 D = \frac{2\pi \dot{u}_{go}}{T_n} \quad (\delta)$$

Δύο απ' αυτά τα φάσματα απόκρισης απεικονίζονται στο Σχ. Ε6.1.

6.7 ΜΕΓΙΣΤΗ ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΑΠΟ ΤΟ ΦΑΣΜΑ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ

Εάν είναι διαθέσιμο το φάσμα απόκρισης για μία δεδομένη συνιστώσα της εδαφικής κίνησης, τότε η μέγιστη τιμή της μετατόπισης ή μίας εσωτερικής δύναμης σε οποιοδήποτε γραμμικό σύστημα μπορεί να προσδιορισθεί εύκολα. Αυτό συμβαίνει επειδή οι υπολογιστικά απαιτητικές δυναμικές αναλύσεις, που συνοψίζονται στην Ενότητα 6.6.5, έχουν ήδη ολοκληρωθεί κατά τη δημιουργία του φάσματος απόκρισης. Οι τιμές των D , V , και A διαβάζονται απ' τα φάσματα, όπως αυτά των Σχ. 6.6.6, 6.6.4, ή 6.6.5, με βάση την ιδιοπερίοδο ταλάντωσης T_n και τον λόγο απόσβεσης ζ του συστήματος. Στη συνέχεια, όλα τα μεγέθη απόκρισης που παρουσιάζουν ενδιαφέρον μπορούν να εκφραστούν συναρτήσει των D , V ή A και των ιδιοτήτων μάζας ή δυσκαμψίας του συστήματος. Πιο συγκεκριμένα, η μέγιστη μετατόπιση του συστήματος είναι:

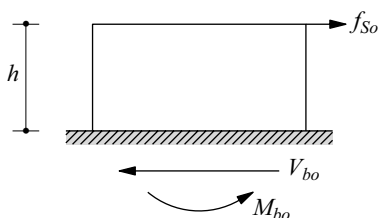
$$u_o = D = \frac{T_n}{2\pi} V = \left(\frac{T_n}{2\pi} \right)^2 A \quad (6.7.1)$$

και η μέγιστη τιμή της ισοδύναμης στατικής δύναμης f_{so} είναι [από τις Εξ. (6.6.4) και (6.6.3)]

$$f_{so} = kD = mA \quad (6.7.2)$$

Η στατική ανάλυση του μονώροφου πλαισίου υποκείμενου σε πλευρική δύναμη f_{so} (Σχ. 6.7.1) παρέχει τις εσωτερικές δυνάμεις (π.χ., τέμνουσες και ροπές σε υποστύλωματα και δοκούς). Αυτό συνεπάγεται την εφαρμογή γνωστών διαδικασιών στατικής ανάλυσης των κατασκευών, όπως θα φανεί αργότερα από τα παραδείγματα. Τονίζουμε ξανά ότι δεν απαιτείται επιπλέον δυναμική ανάλυση πέρα από την αναγκαία για τον προσδιορισμό της $u(t)$. Πιο συγκεκριμένα, οι μέγιστες τιμές της τέμνουσας και της ροπής ανατροπής στη βάση της μονώροφης κατασκευής είναι:

$$V_{bo} = kD = mA \quad M_{bo} = hV_{bo} \quad (6.7.3)$$



Σχήμα 6.7.1 Μέγιστη τιμή της ισοδύναμης στατικής δύναμης.

Επισημαίνουμε ότι ένα μόνο απ' αυτά τα φάσματα απόκρισης –μετατόπισης, ψευδο-ταχύτητας, και ψευδο-επιτάχυνσης– επαρκεί για τον υπολογισμό των μέγιστων μετακινήσεων και δυνάμεων που απαιτούνται για τον δομικό σχεδιασμό. Για τέτοιες εφαρμογές τα φάσματα ταχύτητας ή επιτάχυνσης (που ορίζονται στην Ενότητα 6.5) δεν είναι απαραίτητα, αλλά για λόγους πληρότητας συζητάμε εν συντομία αυτά τα φάσματα στο τέλος αυτού του κεφαλαίου.

Παράδειγμα 6.2

Ένας κατακόρυφος πρόβολος ύψους 4 m από πρότυπο χαλύβδινο σωλήνα ονομαστικής διαμέτρου 100 mm, συγκρατεί μία μάζα 1650 kg προσαρτημένη στην κορυφή του, όπως φαίνεται στο Σχ. Ε6.2. Οι ιδιότητες του σωλήνα είναι: εξωτερική διάμετρος, $d_o = 114$ mm, εσωτερική διάμετρος $d_i = 102$ mm, πάχος τοιχώματος $t = 6$ mm και ροπή αδρανείας $I = 301$ cm⁴, μέτρο ελαστικότητας $E = 200.000$ MPa, και μάζα = 16,06 kg/m. Προσδιορίστε τη μέγιστη μετατόπιση και τη μέγιστη καμπτική τάση στον πρόβολο εξαιτίας της εδαφικής κίνησης El Centro. Θεωρήστε ότι $\zeta = 2\%$.

Επίλυση Η πλευρική δυσκαμψία αυτού του μονοβάθμιου συστήματος είναι:

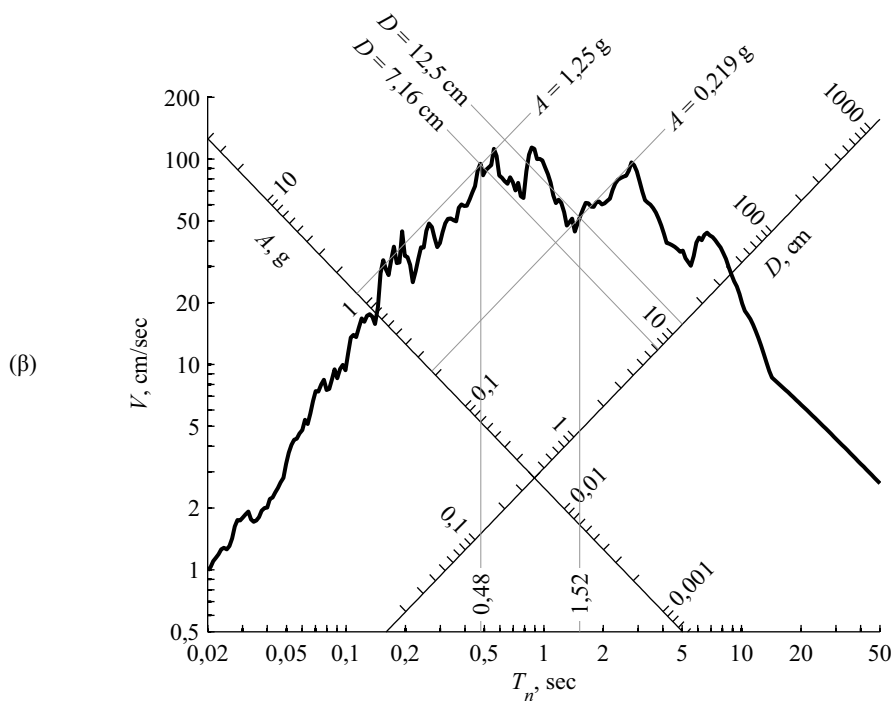
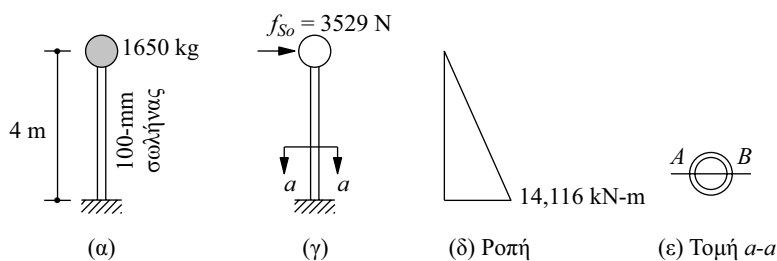
$$k = \frac{3EI}{L^3} = \frac{3(200.000 \times 10^6)(301 \times 10^{(-8)})}{4^3} = 28.219 \text{ N/m}$$

Η συνολική μάζα του σωλήνα είναι $16,06 \times 4 = 64,24 \text{ kg}$, και μπορεί να αμεληθεί σε σχέση με τη συγκεντρωμένη μάζα των 1650 kg . Επομένως:

$$m = 1650 \text{ kg}$$

Η ιδιοσυχνότητα και η ιδιοπερίοδος ταλάντωσης του συστήματος είναι:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{1650}{28.219}} = 4,135 \text{ rad/sec} \quad T_n = 1,52 \text{ sec}$$



Σχήμα Ε6.2

Από την καμπύλη του φάσματος απόκρισης για $\zeta = 2\%$ (Σχ. Ε6.2β), για $T_n = 1,52$ sec παίρνουμε $D = 12,5$ cm και $A = 0,219g$. Η μέγιστη μετατόπιση είναι:

$$u_o = D = 12,5 \text{ cm}$$

Η μέγιστη τιμή της ισοδύναμης στατικής δύναμης είναι:

$$f_{So} = A \times m = 0,219 \times 9,81 \times 1650 = 3540 \text{ N}$$

Το διάγραμμα καμπτικών ροπών φαίνεται στο Σχ. Ε6.2δ με τη μέγιστη ροπή στη βάση = 14,2 kN-m. Τα σημεία A και B που φαίνονται στο Σχ. Ε6.2ε είναι τα σημεία της μέγιστης καμπτικής τάσης:

$$\sigma_{\max} = \frac{Mc}{I} = \frac{(14,2 \times 10^3)(0,114/2)}{(301 \times 10^{-8})} = 2,69 \times 10^8 \text{ N/m}^2 = 269 \text{ MPa}$$

Όπως φαίνεται, $\sigma = +269$ MPa στο A και $\sigma = -269$ MPa στο B , όπου το $+$ δηλώνει εφελκυσμό. Τα αλγεβρικά πρόσημα αυτών των τάσεων είναι άσχετα επειδή η κατεύθυνση της μέγιστης δύναμης δεν είναι γνωστή, καθώς το φάσμα ψευδο-επιτάχυνσης είναι, εξ ορισμού, θετικό.

Παράδειγμα 6.3

Η τάση που υπολογίστηκε στο Παράδειγμα 6.2 υπερέβη την επιτρεπόμενη τάση και ο σχεδιαστής αποφάσισε να αυξήσει το μέγεθος του σωλήνα σε πρότυπο χαλύβδινο σωλήνα ονομαστικής διαμέτρου 200 mm. Οι ιδιότητές του είναι $d_o = 219$ mm, $d_i = 203$ mm, $t = 8,2$ mm, και $I = 3018 \text{ cm}^4$. Σχολιάστε τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα της χρησιμοποίησης του μεγαλύτερου σωλήνα.

Επίλυση

$$k = \frac{3(200.000 \times 10^6)(3018 \times 10^{-8})}{4^3} = 282.938 \text{ N/m}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{282.938}{1650}} = 13,09 \text{ rad/s} \quad T_n = 0,480 \text{ s}$$

Απ' το φάσμα απόκρισης (Σχ. Ε6.2β): $D = 7,16$ cm και $A = 1,25g$. Επομένως:

$$u_o = D = 7,16 \text{ cm}$$

$$f_{So} = 1,25 \times 9,81 \times 1650 = 20.233 \text{ N}$$

$$M_{\text{base}} = 20.233 \times 4 = 80.932 \text{ N-m}$$

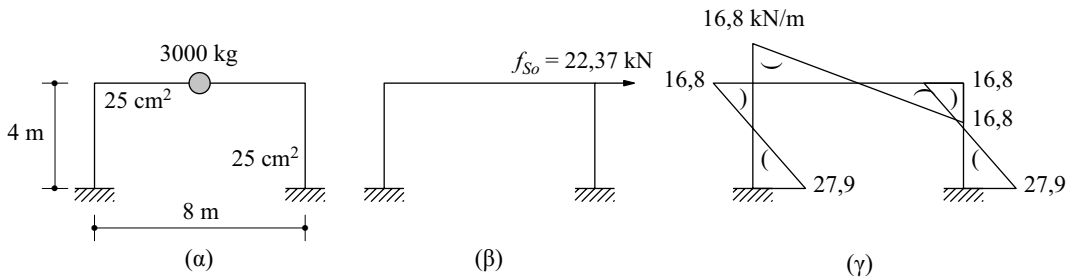
$$\sigma_{\max} = \frac{(80.932)(0,219/2)}{[3018 \times 10^{-8}]} = 2,94 \times 10^8 \text{ N/m}^2 = 294 \text{ MPa}$$

Χρησιμοποιώντας τον σωλήνα διαμέτρου 200 mm, η μετατόπιση μειώνεται από 12,5 cm σε 7,16 cm. Ωστόσο, σε αντίθεση με τον στόχο του σχεδιαστή, η καμπτική τάση αυξάνεται ελαφρά.

Αυτό το παράδειγμα τονίζει μία σημαντική διαφορά ανάμεσα στην απόκριση των κατασκευών σε σεισμική διέγερση και σε μία σταθερή τιμή στατικής δύναμης. Στη δεύτερη περίπτωση, η τάση θα μειωνόταν, προφανώς, με την αύξηση του μεγέθους του μέλους. Στην περίπτωση της σεισμικής διέγερσης, η αύξηση της διαμέτρου του αγωγού μειώνει την ιδιοπερίοδο ταλάντωσης από 1,52 sec σε 0,48 sec, η οποία γι' αυτό το φάσμα απόκρισης έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση της ισοδύναμης στατικής δύναμης f_{So} . Το αν η καμπτική ροπή αυξάνεται ή μειώνεται με την αύξηση της διαμέτρου του σωλήνα εξαρτάται απ' την αύξηση του μέτρου της διατομής, I/c , και την αύξηση ή τη μείωση της f_{So} , ανάλογα με το φάσμα απόκρισης.

Παράδειγμα 6.4

Ένα μικρό μονώροφο κτήριο από οπλισμένο σκυρόδεμα προσομοιώνεται για τις ανάγκες της στατικής ανάλυσης ως ένα αβαρές πλαίσιο, που φέρει συνολικό νεκρό φορτίο μάζας 3000 kg



Σχήμα E6.4 (α) Πλαίσιο, (β) ισοδύναμη στατική δύναμη, (γ) διάγραμμα καμπτικών ροπών.

στη στάθμη της δοκού (Σχ. E6.4α). Το πλαίσιο έχει πλάτος 8 m και ύψος 4 m. Τα δύο υποστυλώματα και η δοκός είναι τετραγωνικής διατομής πλευράς 25 cm. Θεωρήστε ότι το μέτρο ελαστικότητας του σκυροδέματος είναι 20 GPa και ο λόγος απόσβεσης για το κτήριο εκτιμάται ίσος με 5%. Προσδιορίστε τη μέγιστη απόκριση αυτού του πλαισίου στην εδαφική κίνηση El Centro. Ειδικότερα, προσδιορίστε τη μέγιστη πλευρική μετατόπιση στη στάθμη της δοκού και σχεδιάστε το διάγραμμα καμπτικών ροπών τη χρονική στιγμή της μέγιστης απόκρισης.

Επίλυση Η πλευρική δυσκαμψία ενός τέτοιου πλαισίου υπολογίστηκε στο Κεφάλαιο 1: $k = 96EI/7h^3$, όπου: EI είναι το μέτρο δυσκαμψίας της δοκού και των υποστυλωμάτων και h το ύψος του πλαισίου. Για το υπόψη πλαίσιο:

$$k = \frac{96(20 \times 10^9)(0,25^4/12)}{7 \times 4^3} = 1,395 \times 10^6 \text{ N/m} = 1395 \text{ kN/m}$$

Η ιδιοπερίοδος ταλάντωσης είναι:

$$T_n = \frac{2\pi}{\sqrt{k/m}} = 2\pi \sqrt{\frac{3000}{1,395 \times 10^6}} = 0,29 \text{ s}$$

Για $T_n = 0,29$ και $\zeta = 0,05$, από το φάσμα απόκρισης του Σχήματος 6.6.4 διαβάζουμε: $D = 1,60$ cm και $A = 0,76g$. Μέγιστη μετατόπιση: $u_o = D = 1,60$ cm. Ισοδύναμη στατική δύναμη: $f_{so} = A \times m = 0,76 \times 9,81 \times 3000 = 22,367 \text{ N}$. Η στατική ανάλυση του πλαισίου για αυτήν την πλευρική δύναμη, όπως φαίνεται στο Σχ. E6.4β, δίνει τις καμπτικές ροπές που είναι σχεδιασμένες στο Σχ. E6.4γ.

Παράδειγμα 6.5

Το πλαίσιο του Παραδείγματος 6.4 τροποποιείται έτσι, ώστε να χρησιμοποιηθεί για ένα κτήριο τοποθετημένο σε επικλινές έδαφος (Σχ. E6.5). Η δοκός γίνεται τώρα περισσότερο δύσκαμπτη σε σχέση με τα υποστυλώματα και μπορεί να θεωρηθεί ως άκαμπτη. Οι διατομές των υποστυλωμάτων είναι τετραγωνικές πλευράς 25 cm, όπως πριν, αλλά τα ύψη τους είναι 4 m και 8 m, αντίστοιχως. Προσδιορίστε τις τέμνουσες βάσης στα δύο υποστυλώματα τη χρονική στιγμή της μέγιστης απόκρισης εξαιτίας της εδαφικής κίνησης El Centro. Θεωρήστε τον λόγο απόσβεσης ίσο με 5%.

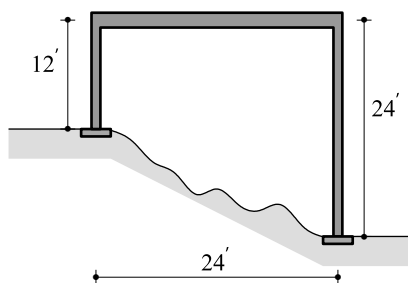
Επίλυση

1. Υπολογισμός της ιδιοπεριόδου ταλάντωσης.

$$k = \frac{12(20 \times 10^9)(0,25^4/12)}{4^3} + \frac{12(20 \times 10^9)(0,25^4/12)}{8^3}$$

$$= 1,221 \times 10^6 + 1,526 \times 10^5 = 1,373 \times 10^6 \text{ N/m} = 1373 \text{ kN/m}$$

$$T_n = 2\pi \sqrt{\frac{3000}{1,373 \times 10^6}} = 0,29 \text{ s}$$



Σχήμα Ε6.5

2. Υπολογισμός της τέμνουσας δύναμης στη βάση του κοντού και του υψηλού υποστυλώματος (δείκτες short και long, αντιστοίχως).

$$u_o = D = 1,61 \text{ cm}, \quad A = 0,76g$$

$$V_{\text{short}} = k_{\text{short}} u_o = (1,221 \times 10^6)(1,61 \times 10^{(-2)}) = 19.690 \text{ N}$$

$$V_{\text{long}} = k_{\text{long}} u_o = (1,373 \times 10^5)(1,61 \times 10^{(-2)}) = 2461 \text{ N}$$

Παρατηρήστε ότι αμφότερα τα υποστυλώματα υπόκεινται στην ίδια μετατόπιση. Υποκείμενα στην ίδια μετατόπιση, το πιο δύσκαμπτο υποστυλόμενα αναλαμβάνει μεγαλύτερη δύναμη σε σχέση με το εύκαμπτο, αφού η πλευρική δύναμη κατανέμεται στα στοιχεία αναλογικά με τις σχετικές τους δυσκαμψίες. Μερικές φορές, αυτή η βασική αρχή κατά λάθος δεν έχει αναγνωρισθεί στον σχεδιασμό κτηρίων, με αποτέλεσμα απρόβλεπτες βλάβες στα πιο δύσκαμπτα στοιχεία..

Παράδειγμα 6.6

Για τη γέφυρα τριών ανοιγμάτων κιβωτιοειδούς διατομής του Παραδείγματος 1.3, προσδιορίστε την τέμνουσα βάσης σε καθένα από τα έξι υποστυλώματα των δύο μεσοβάθρων εξαιτίας της εδαφικής κίνησης El Centro εφαρμοζόμενης κατά τη διαμήκη διεύθυνση. Θεωρήστε τον λόγο απόσβεσης ίσο με 5%.

Επίλυση Η μάζα του καταστρώματος της γέφυρας υπολογίστηκε στο Παράδειγμα 1.3: $m = 3,46 \times 10^6 \text{ kg}$. Η ιδιοπερίοδος της διαμήκουσ ταλάντωσης της γέφυρας υπολογίστηκε στο Παράδειγμα 2.2: $T = 0,569 \text{ sec}$. Για $T = 0,569 \text{ sec}$ και $\zeta = 0,05$ απ' το φάσμα απόκρισης του Σχ. 6.6.4 διαβάζουμε: $\ddot{D} = 6,524 \text{ cm}$ και $\ddot{A} = 0,812g$.

Όλα τα υποστυλώματα έχουν την ίδια δυσκαμψία και υπόκεινται την ίδια μετατόπιση $u_o = D = 6,524 \text{ cm}$. Επομένως, η τέμνουσα βάσης θα είναι η ίδια σε όλα τα υποστυλώματα και μπορεί να υπολογισθεί με έναν από δύο τρόπους: Η συνολική ισοδύναμη στατική δύναμη στη γέφυρα είναι [από την Εξ. (6.6.5)]:

$$f_{so} = 0,812 \times 9,81 \times 3,46 \times 10^6 = 2,756 \times 10^4 \text{ kN}$$

Η τέμνουσα βάσης για ένα υποστυλόμενα είναι $V_b = 2,756 \times 10^4 \div 6 = 4593 \text{ kN}$. Εναλλακτικά, η τέμνουσα βάσης σε κάθε υποστυλόμενα είναι:

$$V_b = k_{\text{υποστ}} u_o = 7,04 \times 10^7 \times 6,524 \times 10^{(-2)} = 4,593 \times 10^6 \text{ N} = 4593 \text{ kN}$$

6.8 ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΦΑΣΜΑΤΩΝ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ

Θα μελετήσουμε τώρα τις σημαντικές ιδιότητες των φασμάτων σεισμικής απόκρισης. Στο Σχ. 6.8.1 φαίνεται το φάσμα απόκρισης για την εδαφική κίνηση El Centro μαζί με τις $\ddot{u}_{go}$, $\dot{u}_{go}$ και u_{go} , τις μέγιστες τιμές εδαφικής μετατόπισης, εδαφικής ταχύτητας και εδαφικής επιτάχυνσης, αντιστοίχως, που προσδιορίστηκαν στο Σχ. 6.1.4. Για να φανεί πιο άμεσα η σχέση μεταξύ του